FONTES AMBROSIANI

IN LUCEM EDITI

CURA ET STUDIO BIBLIOTHECAE AMBROSIANAE

XXXI

IL BUON PADRE DI FAMIGLIA TIENE IN serbo tutto ciò che può abbisognare nel tempo avvenire, e a seconda delle circostanze «profert de thesauro suo nova et vetera».

Il paragone evangelico, che leggiamo in Matteo (c. XIII, 52), possiamo applicarlo, sotto un certo aspetto, alla provvida Istituzione Federiciana. L'Ambrosiana gelosamente raccoglie e conserva, attraverso i secoli, tesori di scienza e d'arte, ma, appena le occasioni propizie si presentano, è pronta a cavarli dai suoi scrigni per metterli a disposizione degli studiosi.

Ora è la volta del codice DIVINA PROPORTIONE di Luca Pacioli, che fu donato alla Biblioteca dal marchese Galeazzo Arconati, il 21 Gennaio 1637, col gruppo dei cosidetti codici Leonardeschi, di fama mondiale.

Della presente riproduzione dobbiamo essere grati all'iniziativa della Mediobanca di Milano.

Novembre 1956

CARLO CASTIGLIONI
Prefetto dell'Ambrosiana

DE DIVINA PROPORTIONE

DI

LUCA PACIOLI

MILANO · MCMLVI

INDICE

DE DIVINA PROPORTIONE

TAVOLA E TESTO

DI

LUCA PACIOLI

TAVOLA DE LA PRESENTE OPERA

e utilissimo compendio detto "De la Divina Proportione" de le mathematici discipline electo, composto per lo reverendo padre de Sacra Theologia professore Maestro Luca dal Borgo San Sepolcro de l'Ordine de li Menori, e a lo excellentissimo e potentissimo Principe Ludovico Maria Sforza Anglo Duca de Milano, de la Ducale Celsitudine ornamento e de tutti litterati e virtuosi maximo fautore,
dicato.

CAPITULO I [*pag.*] 3

¶ A ciò più facilmente quel che in questo se contene se habia a trovare, la sequente tavola el lectore observarà. Ne la quale, prima sirà la cosa che si vole e poi el numero de li capitoli a quanti la sia annotata. E però si pone prima la Epistola de lo auctore predicto a lo excellentissimo Principe Ludovico Maria Sforza Anglo Duca de Milano.
¶ Commendatione de la sua magnifica corte. ¶ Clarissimi theologi e dignissimi de la Sacra Scriptura preconi del seraphico Ordine Minore. ¶ Illustre Signor Galeazzo Sanseverino suo general capitano. ¶ Medici e astronomi supremi de Sua Ducale Celsitudine. ¶ Conditione de suo dignissimo Magistrato. ¶ [Iv.] Leonardo Vinci fiorentino. ¶ Altezza e grandezza de l'admiranda e stupenda sua equestre statua e peso quando sia gitata.

¢ Iacomo Andrea da Ferrara. ¢ Commendatione del simulacro de l'ardente desiderio de nostra salute nel tempio de le Gratie. ¢ Auree et melliflue parolle de Sua Ducale Celsitudine de sanctissima sententia. ¢ Costume et qualità del presente auctore e de l'altre opere per lui facte. ¢ Excitatione et causa che a questo compendio lo indusse e perchè. ¢ Commendatione e conditione del presente compendio e sua continentia. ¢ Commo senza la notitia de le discipline mathematici non è possibile alcuna bona operatione. ¢ Exhortatione de Sua Celsitudine a' suoi cari familiari e reverenti subditi a l'aquisto de quelle. ¢ Commo le cose false a le volte son utili.

CAPITULO II 7

¢ Prohemio del presente tractato over compendio, dicto "De la Divina Proportione".

¢ Commo dal vedere hebbe initio el sapere. ¢ Commendatione de li corpi mathematici e per[IIr.]chè. Di sua propria mano l'auctor li feci; col presente compendio a Sua Celsitudine li presentò. ¢ Commo le discipline mathematici sono fondamento e scala de pervenire a la notitia de ogni altra scientia. ¢ Commo Sua Celsitudine sirà causa al tempo suo in quelle el secol renovare. ¢ Commo in suo excelso dominio acrescerà probità in suoi subditi, a la defensione de quello sempre parati. ¢ Archimenide syracusano di-

fese la patria contro l'impeto de' Romani con ingegni e instrumenti mediante le mathematici. ℭ La sanctissima sua paterna memoria: Duca Francesco Sforza. ℭ Commo non è possibile la defensione de le republiche, nè perfectione de alcuno exercito militare, senza la notitia de Geometria, Arithmetica e Proportioni. ℭ Commo tutte artegliarie, instrumenti e machine militari sono facte secondo le discipline mathematice. ℭ Commo tutti repari, muraglie et fortezze, roche [IIv.] ponti et bastioni, similmente son formate con dicte discipline. ℭ Commo li antichi Romani per la diligente cura de ingegnieri, fuoron victoriosi. ℭ Ruberto Valturri peritissimo ariminese. ℭ Iulio Cesare feci l'artificioso ponte al Rhodano. ℭ De la sanctissima sua paterna memoria Duca Francesco Sforza, canapi grosissimi de lo industrioso ponte al Tevere. ℭ Federico Feltrense suo stretto affine Ill.mo Duca de Urbino, de tutte machine e instrumenti militari antichi et moderni, el suo degno palazzo de viva pietra cinse. ℭ Giohanni Scotto subtilissimo theologo e dignissimo mathematico. ℭ Le opere de Aristotile difficile tutte per la ignorantia de le mathematici. ℭ Bartolo de Saxoferrato legista eximio, con le mathematici feci la "Tiberina". ℭ Penuria de' boni astrologi per defecto de le mathematice. ℭ Cagione de la rarità de' buoni mathematici. ℭ Proverbio magistrale de' mathematici etrusco. ℭ [IIIr.] Platone non voliva quelli che non era-

degna commendatione e vera laude, con excellentissime conditioni severe e pie de Sua Ducale Celsitudine. ℭ Commo Sua Ducale Celsitudine, non con menor conveni[IXv.]entia el tempio de le Gratie in Milano che Octavian in Roma quel de la Paci, fesse. ℭ Commo non manco de invidia et livore a Sua Ducale Celsitudine, serìa convento chi le dicte laude per adulatione giudicasse, che l'auctore de epsa adulatione. ℭ Commo tutta la sua seraphica religione de San Francesco e suo capo generale Maestro Francesco Sanson da Brescia, de la sua immensa largità humanità affabilità e sanctità, per l'universo ne renden bon testimonio, per lor Capitulo Generale del presente anno in Milano egregiamente celebrato. ℭ La Reverendissima Signoria [de] Monsignor suo caro cognato Ypolito Estense, dignissimo Cardinale e Archiepiscopo de Milano.

pendiculare, catheto, diametro, paralelogrammo, diagonale, centro, saetta.

CARTE LXXXVII 143
℄ Terzetto e disticon litterale de li corpi al lectore.

EXCELLENTISSIMO
PRINCIPI LUDOVICO MARIAE SFORTIAE
ANGLO MEDIOLANENSIUM DUCI PACIS
ET BELLI ORNAMENTO FRATRIS LUCAE
EX BURGO S. SEPULCHRI ORDINIS MINO-
RUM SACRAE THEOLOGIAE PROFESSORIS
DE DIVINA PROPORTIONE
EPISTOLA

ESSENDO, EXCELSO DUCA, A DÌ VIIII DE febraro de nostra salute gli anni 1498 correndo, ne l'inspugnabile arce de l'inclyta vostra città de Milano dignissimo luogo de sua solita residentia, a la presentia di quella constituto in lo laudabile e scientifico duello, da molti de ogni grado celeberrimi e sapientissimi accompagnata, sì religiosi como seculari, de li quali *assidue* la sua magnifica corte abunda: del cui numero, oltre le Reverendissime Signorie di Vescovi, Prothonotarii e Abbati, fuoron, del nostro sacro seraphico Ordine el reverendo padre e sublime theologo Maestro Gometio çol dignissimo de [1v.] la Sacra Scriptura precone frate Dominico per cognomento Ponzone, el reverendo padre Maestro Francesco Busti al presente nel degno convento nostro de Milano regente deputato; e de' seculari, prima el mio peculiare patrone [illustre] Signor Galeazo Sforza Vicario Sanseverino fortissimo e generale de Vostra Celsitudine, capitano nell'armi hoggi a niun secondo e de nostre discipline solerto immitatore. E de clarissime potentie egregii oratori et de la medicina e astronomia supremi: el clarissimo e acutissimo de Serapione e Avicenna e de li corpi superiori indagatore e de le cose future interprete Ambroso Rosa, el doctissimo de tutti mali curatore Aluisi Marliano, el solertissimo de la medicina in ogni parte observatore Gabriel Pirovano; e da li prefati molto in tutte premesse admi-

a

peso e grandezza del cavallo

rato e venerato, Nicolò Cusano col peritissimo de medesime professioni Andrea Novarese e altri eximii consultissimi *utriusque iuris* doctori; e de vostro ornatissimo Magistrato, conseglieri, secretarii, cancelleri. ℂ In compagnia de li perspicacissimi architecti e ingegnieri e di cose nove assidui inventori, Leonardo da [2r.] Venci compatriota nostro fiorentino, qual de sculptura getto e pictura con ciascuno el cognome verifica. Commo l'admiranda e stupenda equestre statua, la cui altezza da la cervice a piana terra sono bracia 12 cioè 36 tanti de la qui presente linea .ab. e tutta la sua ennea massa a libre circa 200.000 ascende, che di ciascuna l'oncia comuna fia el duodecimo, a la sanctissima invicta vostra paterna memoria dicata, da l'invidia di quelle de Fidia e Prasitele in Monte Cavallo al tutto aliena; col ligiadro de l'ardente desiderio de nostra salute simulacro, nel degno e devoto luogo de corporale e spirituale refectione del sacro templo de le Gratie de sua mano penolegiato — al quale hogi de Apelle, Mirone, Policreto e gli altri convien che cedino — chiaro el rendano. E non de queste satio, a l'opera inextimabile del moto locale de le percussioni e pesi e de le forze tutte, cioè pesi accidentali — havendo già con tutta diligentia al degno libro de pictura e movimenti humani posto fine — quella con ogni studio al debito fine attende de condure. E suo quanto fratello Iacomo [2v.] Andrea da Ferrara, de l'opere

b

de Vitruvio acuratissimo sectatore, non però de la singulare industria militare in alcuna cosa diminuto. ¶ Quella, con suoi auree et melliflue parolle disse essere di grandissima commendatione degno apresso Dio e 'l mondo, colui che d'alcuna virtù dotato, volentieri agli altri la comunica: di che nel proximo carità e a lui laude e honore ne resulta, immitando el sacro ditto "Quod et sine figmento didici et sine invidia libenter comunico". De le quali suavissime parolle, sì fermo nella mente el senso apresi che mai più saldo in marmo non se scripse. E ben che prima quasi da natura innato mi fosse el simile con ciascuno usitare, maxime de quelle facultà de le quali fra gli altri, a l'Altissimo per sua inmensa benignità piacque dotarme, cioè de le necessarie scientie e dignissime discipline mathematici, non di meno già stracco per li laboriosi affanni sì diurni e nocturni, corporali commo anco spirituali — el che tutto a chi con diligentia la grand'opera nostra di simil discipline e facultà compilata e al magnanimo de Vostra Celsitudine [3 r.] affine Duca de Urbino Guido Ubaldo dicata con l'altre che nella quinta distinctione di quella se inducano, aperto fia — posto m'era già con gli altri a luogo aprico gli anni recontare. Ma da quelle grandemente excitato represi lena a la piagia diserta, e per condimento de ogni altra opera nostra di simil facultà composta, e a summo e delectevol gusto de tutte le prefate scien-

tie e mathematici discipline, a Vostra Celsitudine e a utilità de li reverenti subditi di quella, a decore ancora e perfecto ornamento de la sua et dignissima bibliotheca de innumerabile multitudine de volumi in ogni facultà e doctrina adorna, a disponere questo breve compendio e utilissimo tractato detto "De Divina Proportione". El quale con tutte sue forme materiali de li corpi che in ditto se contengano, non minore admiratione a chi quella visitarà, daranno, che tutti gli altri volumi con l'altre sue dignissime cose in quella reposte si faccino, per esser ditte forme a li viventi finora state ascoste. Nel quale diremo [de] cose alte e sublime quali veramente sono el cimento e copella de tutte le prelibate scientie e discipline: [3v.] e da quello ogni altra speculativa operatione scientifica, pratica e mecanica deriva; senza la cui notitia e prosuposito non è possibile alcuna [cosa] fra le humane bene intendere e operare, commo se dimostrarà. E però Vostra Ducale Celsitudine, con accorta intelligentia exhortarà suoi familiari e altri reverenti subditi, quello con dilecto e summo piacere, con utilissimo fructo discorrere, con ciò sia che non siano faule anile nè altre ridiculose et false facetie, nè anco mendaci e incredibili poetici inventioni, le quale solo per un fume le orechie pascano. Avenga che le cose false, secondo il philosopho, a noi per la cognitione de le vere che di lor sequitano, sieno utili sì commo il reverso del diritto

e uno opposito de l'altro, e però magiormente le cose vere saranno a noi utili e proficue perchè di queste se non vero, ne pervene. Ma de le vere commo afferma Arristotele e Averrois, le nostre mathematici sono verissime e nel primo grado de la certezza, e quelle sequitano ogni altre naturali. Onde per introductione e argumento a le qui sequenti, questo sia bastante. Con humiltà [4r.] sempre e debita reverentia de Vostra Ducale Celsitudine a la quale summamente de continuo me ricomando. "Quae felicissime ad vota valeat".

Prohemio del presente tractato detto "De la Divina Proportione". Capitulo II.

PROPTER admirari ceperunt philosophari. Vole, excelso Duca, la proposta auctorità del "Maestro de color che sanno", che dal vedere havesse initio el sapere sì commo il medesimo in un altro luogo afferma, dicendo: "Quod nihil est in intellectu quin prius fuerit in sensu" cioè che niuna [cosa] fia ne l'intellecto che quella prima non se sia per alcun modo al senso offerta. E de li nostri sensi per li savii el vedere più nobile se conclude, onde non immeritamente, ancor de vulgari fia detto l'ochio esser la prima porta per la qual lo intellecto intende e gusta. ℂ Comme in quello luogo se contene: vedendo li sacerdoti de Egipto la luna eclipsare, molto stetero admirativi, e

cercando la cagione, quello per vera scientia trovaro naturalmente advenire per la interpositione de la terra infra il sole e la luna, di che rimaser satisfacti. E da indi in qua, de [4v.] mano in mano asutigliandosi lor successori col lume de le cinque intellectual fenestre, impiero a nostra utilità de lor profonde scientie innumerabili multitudine de volumi, però che sì commo l'un pensier da l'altro scoppia, così nacquer de quello molti altri poi. La qual cosa fra me stesso pensando, a questo utilissimo compendio da le scientie mathematici electo, la penna prender deliberai et insiemi con quello de mia propria mano materialmente per la comune utilità, in forma propria li lor corpi debitamente formare e quelli con lo presente compendio a Vostra Ducale Celsitudine offerirlo. Pel cui inusitato aspecto, commo cosa a' nostri tempi dal ciel venuta, non dubito el suo ligiadro e perspicaci intellecto prendarne grandissimo apiacere, maxime quando con lo prefato lume, non con menore indagatione che li antichi Egiptii in dicto eclipsi, di tal forme sue cause e dolcissima armonia, con l'aiuto e suffragio del presente tractato, retrovarà. Di che certo me rendo: se nel passato a chi in parte di tal scientie e discipline predito quella larga e ampla li s'è offerta, nel futuro doverlise assai più magnanima e am[5r.]plissima mostrare; e che più fia con ogni diligente cura a l'aquisto de quelle, suoi cari familiari e reverenti subditi e altri benivoli

exortare, con ciò sia che ditte mathematici sieno fondamento e scala de pervenire a la notitia de ciascuna altra scientia, per esser loro nel primo grado de la certezza, affermandolo el philosopho così dicendo: "Mathematicae enim scientiae sunt in primo gradu certitudinis et naturales sequuntur eas". ℂ Sonno, como è dicto, le scientie e mathematici discipline nel primo grado de la certezza, e loro sequitano tutte le naturali e senza lor notitia fia impossibile alcun'altra bene intendere. E nella "Sapientia" ancora è scripto: "Quod omnia consistunt in numero, pondere et mensura" cioè che tutto ciò che per l'universo inferiore e superiore si squaterna, quello de necessità al numero peso e misura fia sottoposto. E in queste tre cose l'Aurelio Augustino in "De Civitate Dei", dici el Summo Opefice summamente esser laudato perchè in quelle "Fecit stare ea quae non erant". Per la cui amorevol exhortatione comprendo molti de tal fructo suavissimo de utilità ignari, doversi dal topore [5v.] e mental sonno exveghiare, e, con ogni studio e solicitudine ad inquirere quelle, al tutto darse; e fia cagione in esse el seculo al suo tempo renovarse, e con più realtà e prestezza in cadun loro studio de qualunche scientia, a la perfection venire. E oltra la fama e degna commendatione a Vostra Ducale Celsitudine, in suo excelso Dominio acrescerà probità non poca in suoi cari familiari e diletti subditi, sempre a la defension de quel-

lo al tutto parati, non manco che per la propria patria el nobele ingiegnoso geometra e dignissimo architecto Archimede fesse. ℭ El qual — commo è scritto — con sue nove e varie inventioni de machine, per longo tempo la città syracusana contra l'impeto e bellicoso successo de' Romani, fin che apertamente per Marco Marcello cercaron de expugnarla, salvò incolume. E per quottidiana experientia a Vostra Ducale Celsitudine, non è ascosto — avenga che per molti anni già la sanctissima sua paterna memoria a l'Italia tutta e a l'una e l'altra Gallia transalpina e cisalpina, ne fosse auctore, preceptore e norma — che la defensione de le grande e picole republiche, per altro [6r.] nome arte militare appellata, non è possibile senza la notitia de Geometria Arithmetica e Proportione egregiamente poterse con honore e utile exercitare. E mai niun degno exercito finalmente a obsidione o defensione deputato, de tutto proveduto se po dire se in quello non se trovi ingegnieri e novo machinatore particular ordinato, commo poco inanzi del gran geometra Archimenide a Syracusa, dicto habiamo. ℭ Se ben se guarda generalmente tutte sue artigliarie, prendise qual voglia, commo bastioni e altri repari, bombarde, briccole, trabochi, mangani, rohonfee, baliste, catapulte, arieti, testudini, grelli, gatti con tutte altre innumerabili machine ingegni e instrumenti, sempre con forza de numeri mesura e lor proportioni se tro-

varanno fabricati e formati. Che altro sono roche, torri, revelini, muri, antemuri, fossi, ponti, turrioni, merli, manteletti e altre fortezze nelle terri città e castelli, che tutta geometria e proportioni con debiti livelli e archipendoli librati e asettati? Non per altro sì victoriosi fuoron li antichi [6v.] Romani, commo Vegetio Frontino con altri egregii auctori scrivano, se non per la gran cura e diligente preparatione de ingiegneri e altri armiragli da terra e da mare, quali senza le mathematici discipline, cioè Arithmetica Geometria e Proportioni, non è possibile lor sufficientia. Le quali cose a pieno le antiche historie de Livio, Dionisio, Plinio e altri le rendano chiare e manifeste; da le quali Ruberto Valtorri peritissimo ariminese, quelle che in la degna opera sua "De Instrumentis Bellicis" intitulata e a lo illustre Signor Sigismondo Pandolpho dicata, tutte trasse. E de ditte machine e instrumenti *ad litteram* commo in suo libro ditto Ariminese pone, e de molte altre più assai, la felicissima memoria del congionto e astretto affine de Vostra Celsitudine, Federigo Feltrense Ill.mo Duca de Urbino tutto el stupendo edificio del suo nobile admirando palazzo in Urbino, *circumcirca* da piede, in uno frixo de viva et bella pietra per man de dignissimi lapicidi e sculptori, ordinatamente feci disporre. Sì commo fra gli altri, de Iulio Cesare de l'artificioso ponte in suoi "Comentarii" si legge; e com[7r.]mo fin questo dì nella

digna città Tudertina de Umbria, nella chiesia de San Fortunato nostro sacro convento, de la sanctissima vostra paterna memoria ançora gran moltitudine de grosissimi canapi *publice* pendenti, quali per un ponte al Tevere a sua famosa consequita victoria [debitamente] dispose. ℂ Non per altri mezzi ancora, a le grande speculationi de Sacra Theologia el nostro subtilissimo Scotto pervenne se non per la noticia de le mathematici discipline, comme per tutte sue sacre opere apare, maxime se ben si guarda la questione del suo 2° libro de le "Sententie", quando inquirendo domanda se l'angelo habia suo proprio et determinato luoco a sua existentia; in la quale ben dimostra havere inteso tutto el sublime volume del nostro perspicacissimo megarense philosopho Euclide. Non per altro similmente, li texti tutti del principe "di color che sanno": Physica, Metaphysica, posteriora e gli altri, se monstran difficili se non per la ignorantia de le già ditte discipline. Non per altro è penuria de li boni astronomi se non per diffetto de Arithmetica, Geometria, Pro[7v.]portioni e Proportionalità. E de li 10, li 9 in lor iudicii se regano per tavole tacuini e altre cose calculate per Ptolomeo, Albumasar, Alì, Alfragano, Geber, Alphonso, Bianchino, Prosdocimo e altri, le quali per la poca advertentia de li scriptori, posseno esser maculate e vitiate e per consequente, in quelle fidandose, in grandissimi et evidenti errori pervengano

non con poco danno e preiudicio de chi in lor se fidano. ℂ La subtilità suprema ancora de tutte le leggi municipali consiste, secondo più volte da in loro periti me exposto, nel giudicare de l'aluvioni e circumluvioni de l'aque per la excessiva loro inundatione, commo de quelle el loro eximio capo Bartholo da Saxoferrato particular tractato compose e quello "Tiberina" intitulò. E' nel suo prohemio molto geometria con arithmetica extolse, affermando quelle similmente da un nostro frate per nome Guido chiamato e di Sacra Theologia professore, haverle aprese in qual tractato del dare e torre che a le volte fa el Tevere per sua inundatione in quelle parti, maxime de Peroscia verso Deruta, se contene. [8r.] Dove sempre con figure geometriche rectilinee e curvilinee de parte in parte, el nostro perspicacissimo philosopho Euclide alegando se resse, e quello con grandissima subtilità concluse. ℂ Non dico de la dolci e suave armonia musicale, nè de la summa vaghezza e intellectual conforto prospectivo e de la dispositione de architectura con la descriptione de l'universo marittimo et terrestre e doctrina de' corsi e celestial aspetti, perchè di lor quel che finor s'è ditto, chiaro appare. Lascio per men tedio al lectore, scientie altre assai pratiche e speculative con tutte l'arte mecaniche in le cose humane necessarie, de le quali senza il suffragio de queste non è possibile lor acquisto nè debito ordine in quelle servare.

E però non è a prendere admiratione se pochi sono a' nostri tempi buoni mathematici, perchè la rarità de' buoni preceptori ne fia cagione, con la gola sonno e otiose piume e in parte la debilità de li recentiori ingegni, onde fra li savi per comun proverbio magistralmente s'è costumato a dire: "Aurum probatur igni et ingenium mathematicis". Cioè, la bontà dell'oro [8v.] demostra el fuoco, e la peregrinezza de l'ingegno le mathematici discipline: che in sententia vol dire che 'l buono ingegno a le mathematici, fia aptissimo a caduna scientia, con ciò sia che le sieno de grandissima abstractione e subtigliezza, perchè sempre fuora de la materia sensibile se hano a considerare. E veramente son quelle, commo per tusco proverbio se costuma, che spaccano el pelo in l'aire. ℂ Per la qual cosa l'antico e divin philosopho Platone non immeritamente, l'adito del suo celeberrimo Gymnasio a li de Geometria inexperti denegava, quando un breve al sommo de la sua principal porta, a lettere magne intelligibile, pose de queste formali parolle, *videlicet*: "Nemo huc geometriae expers ingrediatur" cioè chi non era buon geometra lì non entrasse. El che feci perchè in lei ogn'altra scientia occulta se retrova. De la cui suavissima dolcezza inanci lui repieno, el solertissimo de la natura contemplatore Pytagora per la inventione de l'angolo recto, commo di lui se legi e Vitruvio el recita, con grandissima festa e giubilo de

100 buoi a li dei feci sacri[9r.]ficio, commo de sotto se dirà. ℭ E questo al presente, a sufficientia sia de li mathematici a lor commendatione. De li quali già el numero in questa vostra inclita città a la giornata comenza, per gratia de Vostra Ducale Celsitudine, non poco a crescere per l'assidua publica de lor lectura novellamente per lei introdutta, col proficere de li egregii audienti secondo la gratia in quelle a me da l'Altissimo concessa: chiaramente e con tutta diligentia — a lor iuditio — el sublime volume del prefato Euclide in le scientie de Arithmetica e Geometria, Proportioni e Proportionalità, exponendoli; e già a li suoi 10 libri dignissimo fine imposto, interponendo sempre a sua theorica ancora la pratica nostra a più utilità e ampla intelligentia de quelli, e a la presente expedition di questo el residuo del tempo deputando.

Quello che significa e importi questo nome mathematico e discipline mathematici. Capitulo III.

Questo vocabulo mathematico, excelso Duca, fia greco, derivato da [μαθηματικός] che in nostra lengua sona quanto a dire disciplinabile, e al proposito nostro, per scientie e [9v.] discipline mathematici se intendano Arithmetica, Geometria, Astrologia, Musica, Prospectiva, Architectura e Cosmographia e qualunch'altra da queste dependente. Non di meno comunamente per li savii, le quatro prime se pren-

dano, cioè Arithmetica Geometria Astronomia e Musica, e l'altre fieno dette subalternate, cioè da queste quatro dependenti. Così vol Platone e Aristotile, e Isidoro in le sue "Ethimologie" e 'l Severin Boetio in sua "Arithmetica". Ma el nostro iudicio ben che imbecille et basso sia, o tre o cinque ne constringne, cioè Arithmetica Geometria e Astronomia excludendo la Musica da dicte per tante ragioni quante loro da le cinque la Prospectiva, e per tante ragione quella agiognendo a le dicte quatro per quante quelli a le dicte nostre tre, la Musica. ℂ Se questi dicano la Musica contentare l'udito uno di sensi naturali, e quella el vedere quale tanto è più degno quanto egli è prima porta a l'intellecto; se dicano quella s'atende al numero sonoro e a la mesura importata nel tempo de sue prolationi, e quella al nu[10r.]mero naturale secondo ogni sua diffinitione e a la misura de la linea visuale. Se quella recrea l'animo per l'armonia, e questa per debita distantia e varietà di colori molto delecta; se quella sue armoniche proportioni considera, e questa le arithmetici e geometrici. E *breviter*, excelso Duca, finora, e già son più anni che questo nel capo me tenzona, e da nullo ciò m'è facto chiaro perchè più quatro che tre o cinque; pur existimo tanti savi non errare e per lor dicti la mia ignoranza non si svelle. Oimè, chi è quello che vedendo una leggiadra figura con suoi debiti lineamenti ben disposta, a cui solo el

fiato par che manchi, non la giudichi cosa più presto divina che humana? E tanto la pictura immita la natura quanto cosa dir se possa. El che agli occhi nostri evidentemente apare nel prelibato simulacro de l'ardente desiderio de nostra salute, nel quale non è possibile con magiore atentione vivi gli apostoli immaginare al suono de la voce de l'infa[lli]bil verità quando disse: "Unus vestrum me traditurus est"; dove, con acti e gesti l'uno a l'altro e l'altro a l'uno [10v.] con viva e afflicta admiratione par che parlino: sì degnamente con sua ligiadra mano el nostro Leonardo lo dispose. ℭ Commo de Xeuso anco se leggi in Plinio "De Picturis", che siando a contrasto del medesmo exercitio con Parrasio, sfidandose de pennello quello feci una cesta d'uva con suo' pampane inserta, e posta in publico gli ucelli vinse commo a vera, a sè gettarse. E l'altro feci un velo. Alhora Xeuso disse a Parrasio, havendolo ancor lui posto in publico e credendo fosse velo che coprisse l'opera sua facta a contrasto, "Leva via el velo e lassa vedere la tua a ogni uno commo fo la mia". E così rimase vincto perchè se lui li uccelli animali irrationali, e quello uno rationale e maestro ingannò. ℭ Se forse el gran dilecto el summo amore a quella — ben che di lei ignaro — non m'inganna, e universalmente non è gentile spirito a chi la pictura non dilecta, quando ancor l'uno e l'altro animale rationale et irrationale, a sè alice.

Onde con questo ancor mi starò s'altro non vene, che le sien tre principali e l'altre subalternate; over cinque, se quelli la Musica connumerano e per niente mi pare la Pros[IIr.]pectiva da postergare, con ciò sia ch'ella non sia de men laude degna. E son certo, per non esser articulo de fede, me serà tolerato. E questo quanto al dicto nome aspecti.

De quelle cose che 'l lectore a la intelligentia de questo debia observare e de li caratheri usitati. Capitulo IIII.

APRESSO per men briga, nel sequente è da notare: quando se allegarà a le volte la 1ª del primo, la 4ª del secondo, la 10ª del quinto, la 20ª del sexto così scorrendo fin al quintodecimo, sempre se debbia intender per la prima cotatione el numero de [le] conclusioni, e per la seconda cotatione el numero de [li] libri del nostro philosopho Euclide, quale al tutto imitamo commo archimandrita de queste facultà. Cioè dicendo per la quinta del primo vol dire per la 5ª conclusione del suo primo libro, e così degli altri libri partiali del suo libro totale de li elementi e primi principii de Arithmetica e Geometria. Ma quando l'auctorità per noi adducta fosse d'altra sua opera o d'altro auctore, quella tale e quel tale auctore nominaremo.

ANCORA per molti varii caratheri e a[11v.]breviature che in simili facultà se costumano usitare, maxime per noi commo se richiede etiandio a ciascun'altra, onde la medicina usa li soi per scropoli once dragme e manipoli, li argentieri e gioieleri per grani dinari e caratti li suoi, li astrologi per Iove Mercurio Saturno Sole Luna e gli altri simelmente li loro, e li mercanti per lire soldi grossi e denari parimente diversi con brevità, e questo solo per evitare la prolixità del scriver e anco del legger che altremente facendo, empirebbono d'inchiostro molta carta; a simili ancora noi in le mathematici, per alzebra cioè pratica speculativa altre che dinotano cosa censo e cubo e gli altri termini, commo in la predicta opera nostra se contene: del numero de li quali, ancora in questo alcuni ne usaremo con li qui sequenti comunamente adutti, *videlicet*:

℞ cioè Radice una o più che sienno;
℞ ℞ cioè Radice de Radice una o più che sienno;
ⓜ cioè "meno" in ciascuna quantità di che natura sia;
p̄ cioè "più" *similiter* in ciascuna quantità;
q̈ta cioè quantità una o più per *a* e per *e* segnata; [12r.]
po:a cioè potentia una o più, per *a* e per *e* segnata;
li:a cioè linea una o più, per *a* e per *e* segnata;
Geo:a cioè geometria; geo:ca cioè geometrica;
Arith:ca cioè arithmetica, arithmetice per *a*/*e*;
[ɔti:a cioè continua, continue per *a*/*e*/*i*/*o*];

propor.ᵉ cioè proportione e proportioni per *e* e per *i*;
N.º cioè numero, numeri per *o* o per *i* che sienno;
□̊ cioè quadrato, quadrata, quadrati per *a/e/i/o*;
Drã cioè differentia, differentie per *a* et per *e*;
p.º cioè primo, prima, prime, primi per *a/e/i/o*;
2.º cioè secundo, secunda, seconde, secondi, per *a/e/i/o*;
m̃.cato cioè multiplicato, multiplicata per *a/o*;
m̃.care cioè multiplicare;
s. propor.ᵉ h. el m. e doi ex.ⁱ cioè: secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi.

¶ Similmente questi nomi, cioè multiplicatione, producto, rettangulo importano una medesima cosa. E ancora questi, cioè quadrato de una quantità e potentia d'alcuna quantità sonno una medesma cosa, perchè la potentia de la linea fia respecto al suo quadrato per l'ultima del primo, e più che possa la linea fia el suo quadrato. E queste cose convien sien observate a le volte nel nostro processo, a ciò non se equivochi nel senso de le parolle. [12v.]

Del condecente titulo del presente tractato over compendio. Capitulo V.

PARME del nostro tractato, excelso Duca, el suo condecente titulo dover esser "De la Divina Proportione" e questo per molte simili convenientie quali trovo in la nostra proportione, de la quale in questo nostro utilissimo discorso intendemo a esso Dio spec-

tanti. De le quali fra l'altre, quatro ne prendaremo a sufficientia del nostro proposito. La prima è che lei fia una sola e non più, e non è possibile di lei asegnare altre spetie nè differentie: la quale unità fia el supremo epiteto de epso Idio, secondo tutta la scola theologica e anche philosophica. La seconda convenientia è de la Sancta Trinità: cioè, sì commo *in divinis* una medesima substantia fia fra tre persone Padre Figlio e Spirito Sancto, così una medesima proportione de questa sorte sempre conven se trovi fra tre termini. E mai nè in più nè in manco se po retrovare commo se dirà. ℂ La terza convenientia è che sì commo Idio propriamente non se po diffinire nè per parolle a noi intendere, così questa nostra proportione non se po mai per numero [13r.] intendibile asegnare, nè per quantità alcuna rationale exprimere, ma sempre fia occulta e secreta e da li mathematici chiamata irrationale. La quarta convenientia è che sì commo Idio mai non se po mutare e fia tutto in tutto e tutto in ogni parte, così la presente nostra proportione sempre in ogni quantità continua e discreta, o sienno grandi o sienno piccole, fia una medesima e sempre invariabile; e per verun modo se po mutare nè anco per intellecto altramente aprender, commo el nostro processo demonstrarà. La quinta convenientia se po non immeritamente a le predicte arogere: cioè, sì commo Idio l'essere conferesci a la Virtù Celeste per altro no-

me detta Quinta Essentia, e mediante quella a li altri quatro corpi semplici cioè a li quatro elementi Terra, Aqua, Aire e Fuoco e per questi l'essere a cadauna altra cosa in natura, così questa nostra sancta proportione l'esser formale dà — secondo l'antico Platone in suo "Timeo" — a epso cielo atribuendoli la figura del corpo detto duodecedron, altramente corpo de 12 pentagoni, el quale commo de sotto se mostrarà, senza la nostra proportione non è possi [13v.] bile poterse formare. E' similmente a ciascuno de li altri elementi [sua] propria forma asegna fra loro per niun modo coincidenti, cioè al fuoco la figura pyramidale detta tetracedron, a la terra la figura cubica detta exacedron, a l'aire la figura detta octocedron e a l'aqua quella detta icocedron. ℂ E queste tal forme e figure da li sapienti tutti corpi regulari sonno nuncupate, commo separatamente di sotto de cadauno se dirà. E poi medianti questi, a infiniti altri corpi detti dependenti. Li quali 5 regulari non è possibile fra loro poterse proportionare, nè da la sphera poterse intendere circumscriptibili senza la nostra detta proportione. El che de sotto tutto aparerà. Le quali convenientie, ben che altre assai se ne potesse adure, queste a la condecente denominatione del presente compendio sienno per sufficientia assegnate.

De la sua degna commendatione. Capitulo VI.

QUESTA nostra proportione, excelso Duca, è de tanta prerogativa e de excellentia degna, quanto dir mai se potesse per respetto de la sua infinita potentia, con ciò sia che senza sua no[14r.]ticia, moltissime cose de admiratione dignissime nè in philosophia nè in alcuna altra scientia, mai a luce poterìeno pervenire. El qual dono certamente da la invariabile natura de li superiori principii, commo dici el gran philosopho Campan nostro famosissimo mathematico sopra la 10ª del 14°, gli è concesso maxime vedendo lei esser quella che tante diversità de solidi, sì de grandezza sì de moltitudine de basi, sì ancora de figure et forme con certa irrationale symphonia fra loro acordi, commo nel nostro processo se intenderà ponendo li stupendi effecti, quali — de una linea secondo lei divisa — non naturali ma divini veramente sonno d'appellare.

Del primo effecto de una linea divisa secondo la nostra proportione. Capitulo VII.

QUANDO una linea recta fia divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi — che così per altro nome da li sapienti fia nuncupata la nostra prelibata proportione — se a la sua magior parte se agionga la mità de tutta la linea così propor-

tionalmente divisa, sequirà de necessità che 'l quadrato de [14v.] lor congionto sempre sia quincuplo, cioè 5 tanto, del quadrato de dicta mità integrale. ℭ 'Nance che più oltra se proceda, è de chiarire commo ditta proportione fra le quantità la s'habia intendere e interporre, e commo da li sapientissimi in lor volumi sia chiamata. Onde dico lei esser detta "proportio habens medium et duo extrema" cioè "proportione havente el mezzo e doi extremi", qual fia propria passione d'ogni ternario, però che qual voi ternario asegnato, quello sempre harà el mezzo con li doi suoi extremi perchè mai el mezzo senza lor se intende. E in tal modo se insegna dividere una quantità nella 29ª del 6°, havendo prima descripto nella 3ª diffinitione del 6° commo così dividerla se debia intendere; ben che nel suo 2° per la 11ª, demostri dividere la linea sotto la medesima virtù e forza non altramente nominando proportione fin che 'l 5° non passasse. E dal Campano se aduci fra li numeri nella 16ª del 9°. E questo quanto a la sua denominatione.

Comme se intendino el suo mezzo e li suoi extremi.

INTESO comme la nostra proportione per suo particu[15r.]lar nome sia chiamata, resta a chiarire comme ditto mezzo e anco extremi in qual voi quantità, se habino a intendere e commo bisogna sienno conditionati, a ciò fra loro se habia a retrovare dicta

divina proportione. Per la qual cosa è da sapere, commo nel 5° se asegna, che sempre fra tre termini de un medesimo genere, de necessità sonno doi habitudini o vogliam dire proportioni: cioè, una fra 'l primo [termino] e 'l secondo, l'altra fra 'l secondo e terzo. ℭ *Verbi gratia*, sienno tre quantità de medesimo genere, chè altramente non se intende esservi fra loro proportione. La prima sia .a. e sia 9 per numero, la seconda .b. e sia 6, la terza .c. e sia 4. Dico che fra loro sonno doi proportioni, l'una dal .a. al .b. cioè dal 9 al 6 la quale fra le commune in l'opera nostra chiamammo sexquialtera, e fia quando el magior termino contene el menore una volta e mezza, però che 'l 9 conten 6 e ancor 3, qual fia mità del 6 e per questo fia detta sexquialtera. Ma perchè qui non intendiamo dire de le proportioni in genere, per haverne diffusamente a pieno tractato e chiarito insiemi con le proportionalità nella [15v.] preaducta opera nostra, però qui de loro non me curo altramente extendere, ma sempre tutto quello in comune de lor ditto se habia con loro diffinitioni e divisioni a prosupporre. E solo de questa unica al presente sia nostro discorso per non trovarse di lei con tale e tanto utilissimo processo, per alcuno innance esserne tractato. ℭ Ora, tornando a lo incepto proposito de le tre quantità, e fia ancora da la seconda .b. a la terza .c. cioè dal 6 al 4, un'altra proportione simelmente sexquialtera. De le quali, o sien-

no simili o dissimili, al presente non curiamo: ma solo lo intento fia per chiarire commo fra tre termini de medesimo genere, se habia de necessità retrovare doi proportioni. Dico similmente la nostra divina observare le medesime conditioni, cioè che sempre fra li suoi tre termini, cioè mezzo e doi extremi, invariabilmente contene doi proportioni sempre de una medesima denominatione. La qual cosa de l'altre, o sienno continue over discontinue, po [in] infiniti varii modi advenire, però che a le volte fra lor tre termini sirà dupla, alcuna [16r.] volta tripla *et sic in ceteris* discorrendo per tutte le comuni spetie. Ma fra 'l mezzo e li extremi de questa nostra non è possibile poterse variare, commo se dirà. ℭ Di che meritamente fo la quarta convenientia col Summo Opefici; e che la sia connumerata fra l'altre proportioni senza spetie o altra differentia servando le conditioni de loro diffinitioni, in questo la possiamo asemigliare al Nostro Salvatore, qual venne non per solver la Legi, anci per adempirla e con gli omini conversò facendose subdito e obediente a Maria e Ioseph. Così questa nostra proportione dal ciel mandata, con l'altre s'acompagna in diffinitione e conditioni e non le degrada, anci le magnifica più amplamente, tenendo el principato de l'unità fra tutte le quantità indifferentemente e mai mutandose, commo del grande Idio dici el nostro Sancto Severino, *videlicet*: "Stabilisque manens dat cuncta

moveri". Per la qual cosa è da sapere, per poterla fra le occurenti quantità cognoscere, che sempre fra li suoi tre termini invariabilmente la se ritrova disposta in la con[16v.]tinua proportionalità in questo modo: cioè, che 'l producto del menore extremo nel congionto del menore e medio fia equale al quadrato del medio, e per consequente, per la 10ª diffinitione del 5°, dicto congionto de necessità sirà el suo magiore extremo. E quando così se trovino ordinate 3 quantità in qual voi genere, quelle son ditte essere secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi. E 'l suo magior extremo sempre fia el congionto del menore e medio, che possiamo dire dicto magiore extremo essere tutta la quantità divisa in quelle doi tal parti, cioè menor extremo e medio a quella conditione. El perchè è da notare ditta proportione non poter essere rationale nè mai poterse el menore extremo nè 'l medio per alcun numero denominare, siando el magior extremo rationale; però che sempre siranno irrationali commo de sotto aperto se dirà. E in questo al 3° modo conven con Idio, *ut supra.*

Commo se intenda la quantità divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi. Cap. VIII.

QUESTE cose ben notate, dobiamo sapere che a dividere una quantità secondo la [17r.] proportione havente el mezzo e doi extremi, vol dir di quella

far doi tal parti inequali che 'l producto de la menore in tutta ditta quantità indivisa, sia quanto el quadrato de la magior parte comme per la 3ª diffinitione del 6° dechiara el nostro philosopho. E però quando mai nel caso non se nominasse dividere ditta quantità secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, ma solo dicesse el caso farne doi parti così conditionate che 'l producto de l'una in tutta dicta quantità s'aguagli al quadrato de l'altra parte, a chi ben intende e in l'arte sia experto, deve el proposito a dicta nostra proportione redure, però che altramente non se po interpetrare. ℭ *Verbi gratia*, chi dicesse: "Famme de 10 doi tal parti che multiplicata l'una per 10, facia quanto l'altra multiplicata in se medesima" questo caso e altri simili, operando secondo li documenti da noi dati nella pratica speculativa detta algebra et almucabala, per altro nome la regola de la cosa posta in la prealegata opera nostra, se trovarà soluto l'una parte cioè la menore, esser 15 meno Radice 125 e l'altra magiore fia Radice 125 meno 5. Le quali parti così descripte sonno irrationali e nell'arte se chiamano residui; de le quali le spetie [17v.] asegna el nostro philosopho nella 79ª del 10° esser 6. E vulgarmente dicte parti se proferescano così: la menore, quindici meno Radice de centovinticinque. E vol dir tal parlare: presa la Radice de 125 quale fia poco più de 11 e quella tracta de 15 che restarà poco più de 3, o vogliam dire

poco men de 4. E la magior se proferesci: Radice de centovinticinque meno cinque. E vol dire: presa la Radice de 125, qual è poco più de 11 commo è dicto, e di quella tratto 5 che restarìa poco più de 6, o vogliam dire poco meno de 7 per dicta magior parte. ℂ Ma simili acti de multiplicare, summare, sotrare e partire de residui binomii e radici e tutte altre quantità rationali e irrationali, sani e rotti in tutti muodi, per haverli nella prefata opera nostra a pieno dimostri, in questo non curo replicarli. E solo se atende a dire cose nove e non le già ditte a reiterare. ℂ E così divisa ogni quantità, sempre haremo tre termini ordinati in la continua proportionalità, chè [l'uno] sirà tutta la quantità così divisa, cioè el magiore extremo commo qui nel proposto caso 10: e l'altro fia la magior parte, cioè el medio, comme è [18r.] Radice 125 meno 5; e 'l terzo, menor, fia 15 meno Radice 125. Fra li quali fia la medesima proportione, cioè dal primo al secondo commo dal secondo al terzo e così per l'adverso, cioè dal terzo al secondo commo dal secondo al primo. E tanto fa multiplicare el menore, cioè 15 meno Radice 125 via el magiore che è 10, quanto a multiplicare el medio in sè, cioè Radice 125 meno 5, chè l'uno e l'altro producto fia 150 meno Radice 12.500, sì commo recerca la nostra proportione. E per questo, 10 fia ditto esser diviso secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi: e la sua

magior parte fia Radice 125 meno 5 e la menore fia 15 meno Radice 125, che l'una e l'altra de necessità fia irrationale commo se prova per la 6ª del 13° e ancora in la 11ª del 2° e 16ª del 9°. E questo a notitia de la quantità così divisa.

Che cosa sia radici de numero et [d']altre quantità. Capitulo VIIII.

E PERCHÈ nel nostro processo spesso acaderà nominare Radici, però *sucinte* qui me par chiarire quello importi. Avenga che difusamente ne l'opera nostra ne sia ditto in tutti modi, non di meno dico la Radice de una quantità esser medesimamente una quantità, la quale multiplicata [18v.] in sè, fa quella quantità de la quale ella fia detta esser Radice. E quella tal multiplicatione facta in sè, se chiama quadrato de dicta Radice. Commo diciamo la Radice de 9 esser 3 e de 16 esser 4 e de 25 esser 5 e così negli altri e 9 e 16 e 25 sonno detti quadrati. ℭ E per questo è da sapere che sonno alcune quantità le quali non hano Radice che per numero aponto, se possa nominare. Commo 10 non ha numero che in sè multiplicato facia epso 10, aponto; e così 11, 12, 13 e altri simili. E però sonno e nascano de doi sorte: Radice l'una detta discreta o vogliam dire rationale, e fia quella che per numero aponto se po asegnare, commo de 9 la Radice fia 3; e l'altra è detta sorda e fia quella che per nu-

mero non se po aponto dare, commo habiam detto de la Radice de 10 e altri. E queste per altro nome son dette irrationali, imperò che tutte quelle quantità che per numero aponto non se possano asegnare, in l'arte sonno dette irrationali; e quelle che per numero se possano dare, sonno dette rationali. E questo al proposito nostro de le radici basti.

Sequela del primo proposto effecto. Capitulo X.

Le quali cose ben notate, al suo primo proposto effec[19r.]to faciam regresso e quello con evidenti exempli rendiam chiaro. E a sua delucidatione reprehendase el medesimo caso de 10 in quel luogo aducto, senza più travagliarse in altre laboriose quantità, chè 'l medesimo sempre in cadauna adviene che in questo se dici. E per via de arithmetica, a più piena notitia de Vostra Celsitudine, li altri tutti andaremo sequitando, prosuponendo tuttavia le scientifiche prove de quel tutto che 'l nostro processo contirrà, nelli luoghi che aduremo dal nostro philosopho Euclide essere con ogni solertia *geometrice* asegnate, secondo la oportuna exigentia de le conclusioni. ℂ Dico adonca, che 10 diviso secondo la nostra proportione, la magior sua parte fia Radice 125 meno 5, sopra la quale per dicto effecto posto 5, cioè la mità de tutto 10, farà Radice 125 aponto, però che quel "meno 5" se vene a restorare e a rempire con "più 5", mità de 10. Questo

congionto, cioè Radice 125 in sè multiplicato che fa 125, per lo suo quadrato, fia 5 tanto del quadrato de la mità de 10, che è 5 e 'l suo quadrato 25. Onde 125 fia aponto quincuplo al dicto 25, quadrato de dicta mità de 10, commo fo dicto. E questo [19v.] effecto ha luogo in ogni quantità di che natura sia, commo aperto demostra la 1ª del 13° de nostra guida.

Del suo secondo essentiale effecto. Capitulo XI.

SE 'l sirà una quantità in doi parti divisa e sopra l'una posto una quantità che 'l quadrato de questo congionto sia quincuplo al quadrato de la quantità agionta, sequita de necessità la dicta quantità agionta esser la mità de la prima quantità in dicte doi parti divisa, e quella a cui se agionse, essere la sua magior parte, e lei tutta in quelle esser divisa secondo la nostra proportione. ℭ *Verbi gratia*, prendase 15 meno Radice 125 e Radice 125 meno 5 per le doi parti integrali de una quantità, e sopra l'una, cioè Radice 125 meno 5, posto 5 per terza quantità, el congionto fia Radice 125 el cui quadrato è 25; e lo quadrato de la quantità agionta è 25. Onde 125 fia quincuplo al 25, quadrato de la quantità agionta. Dico la Radice 25 cioè 5, esser mità de la prima quantità in quelle tal doi parti divisa, e quella a cui s'agionse, essere la magior parte de ditta prima quantità divisa secondo la nostra proportione havente el mezzo e doi extremi, cioè de 10. E questo

fia converso del precedente effecto, sì commo conclude la 2ª del 13° *geometrice*. [20r.]

Del tertio suo singular effecto. Capitulo XII.

SE una quantità fia divisa secondo la nostra proportione, se a la menor sua parte se agionga la mità de la magiore, sirà poi el quadrato sempre del congionto, quincuplo al quadrato de la mità de dicta magiore. ℂ *Verbi gratia*, sia 10 la quantità divisa secondo la nostra divina proportione, che l'una parte cioè la magior, sirà Radice 125 meno 5 e la menor 15 meno Radice 125. Dico, se sopra 15 meno Radice 125 che è la menore, s'agionga la mità de Radice 125 meno 5 che è la magiore, el congionto poi de la menore e de ditta mità in sè multiplicato, sirà 5 tanto del quadrato de la mità de dicta magiore. E così apare, però che la mità de Radice 125 meno 5 è Radice $31\frac{1}{4}$ meno $2\frac{1}{2}$, gionta con 15 meno Radice 125 che è la menore, fa $12\frac{1}{2}$ meno Radice $31\frac{1}{4}$; onde multiplicato $12\frac{1}{2}$ meno Radice $31\frac{1}{4}$ via $12\frac{1}{2}$ meno Radice $31\frac{1}{4}$ fa $187\frac{1}{2}$ meno Radice $19.531\frac{1}{4}$. E questo fia dicto el quadrato del congionto. ℂ Poi quadrise ancora la mità de dicta magiore, cioè multiplica Radice $31\frac{1}{4}$ meno $2\frac{1}{2}$ via Radice $31\frac{1}{4}$ meno $2\frac{1}{2}$ farà $37\frac{1}{2}$ meno Radice $781\frac{1}{4}$ e questo fia detto el quadrato de la mità de la magiore, quale [20v.] aponto fia el $\frac{1}{5}$ del quadrato del congionto. E per consequente, dicto quadrato del congionto è

quincuplo al quadrato de la mità de dicta parte magiore de 10 così diviso. La qual forza molto con l'altre fia da stimare, commo tutto *geometrice* si prova per la 3ª del 13° del nostro auctore.

Del quarto suo ineffabile effecto. Capitulo XIII.

SE una quantità se divide secondo la nostra divina proportione, se a tutta dicta quantità se agionga la sua magior parte, siran poi dicto congionto e dicta magior parte, parti de un'altra quantità così divisa e la magior parte de questa seconda quantità [così divisa, sempre sirà tutta la prima quantità]. ¶ *Verbi gratia*, sia la quantità secondo l'unica nostra proportione divisa 10, che la magior sua parte sirà Radice 125 meno 5 e la menore, 15 meno Radice 125. Onde se sopra 10, prima quantità, se ponga Radice 125 meno 5 magior parte, farà una seconda, cioè Radice 125 più 5. E questa seconda quantità, cioè Radice 125 più 5, dico esser similmente divisa secondo la nostra proportione in le dicte doi parti, cioè in Radice 125 meno 5, magior de la prima, e in 10 qual fo la prima quantità, e fia la magior parte de questa seconda quantità. E questo apare così, però che 'l producto de Radice 125 meno 5 [21r.] — che era la magior parte de la prima e ora fia la menore de questa seconda — in tutta questa seconda, cioè in Radice 125 più 5, fa quanto el quadrato de la media o vogliam dire ma-

giore parte de questa seconda che è 10, chè l'uno e l'altro fanno aponto 100, commo se richiede a la dicta proportione. La qual forza ancora ci manifesta *geometrice* la 4ª del 13º.

Del quinto suo mirabile effecto. Capitulo XIIII.

SE una quantità sia divisa secondo la nostra dicta proportione, sempre el congionto del quadrato de la menor parte col quadrato de tutta la quantità integra, sirà triplo al quadrato de la magior parte. ℭ *Verbi gratia*, sia 10 la quantità divisa commo habiam dicto, che l'una parte fia 15 meno Radice 125 cioè la menore, e l'altra Radice 125 meno 5 cioè la magiore. Dico che 'l quadrato de 15 meno Radice 125 gionto con lo quadrato de 10 tutta quantità, el lor congionto sirà triplo, cioè tre tanto, del quadrato de la magior parte, cioè de Radice 125 meno 5. Onde el quadrato de 15 meno Radice 125 è 350 meno Radice 112.500 e lo quadrato de 10 è 100 che gionto con 350 meno Radice 112.500, fanno 450 meno Radice 112.500, per dicto congionto. E lo quadrato [21 v.] de Radice 125 meno 5 è 150 meno Radice 12.500, qual fia el $\frac{1}{3}$ de dicto congionto commo apare, però che multiplicato 150 meno Radice 12.500 per 3, farà aponto 450 meno Radice 112.500. Donca, dicto congionto fia triplo al dicto quadrato sì commo dicemmo. El quale effecto *geometrice* conclude la 5ª del 13º.

Del suo sexto innominabile effecto. Capitulo XV.

NIUNA quantità rationale mai è possibile dividerse secondo la nostra ditta proportione, che sua cadauna parte non sia irrationale, chiamata residuo. ℂ *Verbi gratia*, sia 10 la quantità rationale qual se habia a dividere secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi. Dico de necessità ciascuna de le parti dover essere residuo. Onde l'una sirà 15 meno Radice 125 cioè la menore, e l'altra magior fia Radice 125 meno 5; el perchè apare cadauna essere residuo, che così se chiameno nell'arte secondo la 79ª del 10º. E questo tale effecto habiamo da la 6ª del 13º.

Del septimo suo inextimabile effecto. Capitulo XVI.

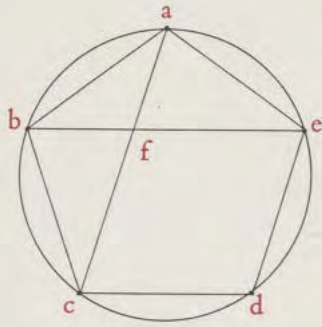
SE 'l lato de lo exagono equilatero s'agiogni al lato del decagono equilatero, quali ambedoi se intendino in un medesimo [22r.] cerchio descripti, el lor congionto sempre sirà una quantità divisa secondo la dicta nostra proportione, e la magior sua parte sirà el lato de lo exagono. ℂ *Verbi gratia*, sia el lato de uno exagono equilatero nel cerchio segnato, Radice 125 meno 5 e il lato del decagono equilatero nel medesimo cerchio, sia 15 meno Radice 125. Del qual cerchio el diametro sirà Radice 500 meno 10. Dico che 'l congionto de Radice 125 meno 5 con 15 meno Radice 125, qual fia 10, esser diviso secondo la nostra proportione, e la magior

sua parte fia Radice 125 meno 5 e la menore 15 meno Radice 125, commo più volte s'è ditto divider 10. E questo fia manifesto per la 9ª del 13° *geometrice*.

De l'octavo effecto converso del precedente. Capitulo XVII.

Se una linea sia divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, sempre de quel cerchio del quale la magior parte fia lato de lo exagono, del medesimo la menore ne fia lato del decagono. ℭ *Verbi gratia*, se la linea divisa fosse 10, la sua magior parte che è Radice 125 meno 5, sempre sirà el lato de lo exagono de un cerchio del quale el diametro sirà el doppio de Radice 125 meno 5, cioè Radice 500 meno 10. Dico che de quel [22v.] medesimo cerchio, 15 meno Radice 125 menor parte, ne fia lato del decagono equilatero in epso collocato. E de questo converso molto se ne serve Ptolomeo nel 9° capitulo de la prima directione del suo "Almegesto", a demostrare la quantità de le corde degli archi del cerchio, commo similmente aperto se demostra sopra la predicta 9ª del 13° *geometrice*.

Del suo nono effecto sopra gli altri excessivo. Capitulo XVIII.

Se nel cerchio se formi el pentagono equilatero e a li suoi doi propinqui anguli se subtenda doi linee

recte mosse da li termini de li suoi lati, de necessità quelle fra loro se divideranno secondo la nostra proportione, e cadauna de le lor magior parti, sempre sirà el lato del dicto pentagono. ℂ *Verbi gratia*, sia el pentagono .abcde. e da li extremi .c. et .a. se tiri la corda .ac. la qual subtende a l'angolo .b.; e da li extremi .b. et .e. se tiri l'altra corda .be. qual subtenda a l'angolo .a. Dico che queste doi linee .ac. et .be. se dividano fra loro nel ponto .f. secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, e la magior parte de cadauna fia lato de dicto pentagono, aponto. Onde, de la linea .ac. la magior parte fia .cf. [23 r.] e la magior de la linea .be. fia .ef.; e ognuna de queste sempre fia equale al lato del pentagono detto. E da li mathematici dicte doi linee, per altro nome se chiamano corde de l'angolo pentagonico. ℂ Commo se le dicte corde ognuna fosse 10, perchè siranno equali siando el lor pentagono nel cerchio equilatero, .cf. serìa Radice 125 meno 5, .af. 15 meno Radice 125; e la parte .ef. serìa similmente Radice 125 meno 5, e lo .bf. serìa 15 meno Radice 125, e lo lato del pentagono serìa similmente Radice 125 meno 5. E questo tutto con bel muodo, demonstra la 11ª del 13° *geometrice*. E per questo tale effecto possiamo per la notitia del lato, pervenire a la notitia de tutte le sue corde e de tutte le lor parti. E così per lo adverso, per la notitia de le corde possiamo pervenire a la notitia del lato

e de le parti de dicte corde, operando *arithmetice et geometrice* commo habiamo nell'opera nostra sopra aducta insegnato de manegiarle, con tutta diligentia de binomii e altre linee irrationali, de le quali el nostro philosopho tracta nel suo 10°. E per linea lui el demostra nella 11ª del secundo e in la 29ª del sexto, sì che facilmente se pervene a la notitia de l'una e de l'altro, in tutti [23v.] modi, che fia cosa de grandissima utilità nelle nostre scientifiche e speculative occurrentie.

Del decimo suo supremo effecto. Capitulo XVIIII.

Se una quantità sia divisa secondo la predicta proportione, tutti li effecti che di lei e le sue parti possino pervenire, quelli medesimi in habitudine numero spetie e genere pervengano de qualunche altra quantità così divisa. ℂ *Verbi gratia*, sienno doi linee così divise, cioè l'una .ab. divisa in .c. e la sua magior parte sia .ac. e l'altra .de. e la sua magior parte sia .df.; e commo diciamo de queste doi, così intendiamo de infinite altre le quali facilmente se possano per via de arithmetica asegnarle. Ponendo .ab. 10, .ac. serìa Radice 125 meno 5 e l'altra 15 meno Radice 125; e ponendo .de. 12, .df. serìa Radice 180 meno 6 e l'altra serìa 18 meno Radice 180. Dico che tutto quello che mai po avenire a una de dicte linee comparate multiplicate partite e in tutti altri modi travagliate, el simi-

le adviene sempre a l'altra: cioè da cadauna a la sua magior parte fia la medesima proportione, e così da cadauna a la sua menor parte fia la medesima proportione. E così per converso, da [24r.] cadauna de le lor parti a epse tutte, e così del producto de l'una nelle sue parti *et e converso*, a le dicte parti; e così nel partire e sotrare acade. Onde la proportione che è da 10 a la sua magior parte, Radice 125 meno 5, fia quella medesima che è da 12 a la sua magior parte, Radice 180 meno 6; e la proportione che è dal congionto de 10 e Radice 125 meno 5 a Radice 125 meno 5, quella medesima fia del congionto de 12 e Radice 180 meno 6 a Radice 180 meno 6. ℂ E così *breviter* in infinito, prese e revoltate *quomodocumque et qualitercumque* per la permutata, conversa, congionta, disgionta, eversa et equa proportionalità, sempre convirrà a una medesima denominatione e a li medesimi effecti *intensive*, la qual cosa senza fallo demostra grandissima armonia in tutte quantità così divise, commo de sotto aparerà nelli corpi regulari e dependenti. E tutto questo conclude in substantia la secunda del 14° *geometrice*.

Del suo undecimo excellentissimo effecto. Capitulo XX.

SE 'l se dividerà el lato de uno exagono equilatero secondo la nostra divina proportione, sempre la

sua magior parte de ne[24v.]cessità sirà el lato del decagono, circumscripto dal medesimo cerchio che lo exagono. ℂ *Verbi gratia*, se 'l lato de lo exagono fosse 10 diviso a modo dicto, la sua magior parte sirà Radice 125 meno 5 qual dico aponto essere el lato del decagono dal cerchio medesimo circumscripto, del quale el diametro verrìa a esser 20. E questo fia concluso per la 3ª del 14º. Onde per evidentia, havuto el lato de uno, facilmente se trova el lato de l'altro, e così havuto el diametro del cerchio, overo sua circumferentia, overo la sua area o de qualunche altra parte sua, sempre per quelle possiamo pervenire a la notitia de l'uno e l'altro per l'uno, e così per converso, in tutti modi de cerchio exagono decagono e ancor triangolo operando *arithmetice et geometrice*. Che utilissima cosa fia sì commo di sopra nel 9° effecto del pentagono fo detto, *ideo etc.*

Del suo duodecimo quasi incomprehensibile effecto. Capitulo XXI.

SE 'l se divide una quantità secondo la nostra dicta proportione, sempre la Radice del congionto del quadrato de tutta la quantità e del quadrato de la sua magior parte, sirà, in pro[25r.]portione a la Radice del congionto del quadrato de ditta quantità e quadrato de la sua menor parte, commo el lato del cubo al lato del triangolo del corpo de 20 basi. ℂ *Verbi gra-*

tia, sia 10 la quantità divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, che l'una parte cioè la magiore, sirà, commo più volte s'è detto, Radice 125 meno 5, e la menore 15 meno Radice 125. Or quadrise cioè multiplichise in se medesima, la ditta quantità aducta, cioè 10. Farà 100. E ancora quadrise la sua magior parte, cioè Radice 125 meno 5, la qual multiplicata in sè farà 150 meno Radice 12.500, e quadrise ancora la menor parte, cioè 15 meno Radice 125, che multiplicata in sè fa 350 meno Radice 112.500. Ora sopra el quadrato de la magior parte, cioè sopra 150 meno Radice 12.500, pongase el quadrato de tutta la quantità, cioè de 10 che è 100. Farà 250 meno Radice 12.500. El medesimo quadrato de dicta quantità, cioè pur 100, pongase sopra el quadrato de la menore parte qual trovammo essere 350 meno Radice 112.500, sopra el quale gionto 100 farà 450 meno Radice 112.500. Or dico che la proportione de la Radice de l'un congionto, cioè de 250 meno Radice 12.500, facto del quadrato [25v.] de detta quantità e de la magior parte a la Radice de l'altro congionto, facto del quadrato de dicta quantità e de la sua menor parte, cioè de 450 meno Radice 112.500, fia aponto commo la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de 20 basi, quando ambedoi ditti corpi sienno da una medesima sphera ambedoi circumscripti, over circumdati. ℭ Le quali ra-

dici de congionti sonno chiamate linee potenti sopra ditti congionti: cioè [la] Radice de 250 meno Radice 12.500 vol dire una quantità la cui potentia over quadrato, sia aponto dicto congionto, e così la Radice de 450 meno Radice 112.500 vol dire una quantità de la quale la potentia o volemo dire quadrato, fia aponto 450 meno Radice 112.500. Le quali radici per altro nome, da li pratici sonno chiamate radici universali overo radici legate, commo nell'opera nostra prealegata nel 3° tractato de la sua 8ª distinctione, comenzando a carti 120 de dicto volume, apare. Le quali quantità sonno de subtilissima perscrutatione e aspectanse a la pratica speculativa, commo diffusamente in dicto volume apare. E queste tali, excelso Principe, non è possibile nominarle con più depresse deno[26r.]minationi; e tutto questo speculativo effecto se demostra per la 9ª del 14° *geometrice*, con alcun' altre in quel luogo addute dal Campano.

Del tertiodecimo suo dignissimo effecto. Capitulo XXII.

PER lo suo 13° effecto non è poca admiratione che senza el suo suffragio non se possa mai formare el pentagono, cioè figura de 5 lati equali, sopra nel 9° effecto aducta e de sotto ancora de adure. Senza el qual pentagono commo se dirà, non è possibile poterse formare nè imaginare el corpo nobilissimo sopra tutti

gli altri regulari detto duodecedron, cioè corpo de 12 pentagoni equilateri et equiangoli, per altro nome detto corpo de 12 basi pentagonali, la cui forma commo se dirà, el divin Platone atribuì a la Quinta Essentia cioè al Cielo, per convenientissime ragioni. Onde el nostro philosopho nel 4° libro per la 10ª, ce insegna saper far un triangolo de questa conditione: cioè che cadauno de li suoi doi angoli che stano in su la basa, sia dopio a l'altro. E questo lo feci, però che volendo noi saper formare el pentagono equilatero e ancora equi[26v.]angolo e quello inscrivere e circumscrivere al cerchio, cioè formarlo dentro e de fore aponto al cerchio, non era possibile se prima lui non ci havesse amaestrato saper fare dicto triangolo, commo per la 11ª e 12ª de dicto 4° apare. ℭ E per far ditto triangolo bisogna de necessità dividere una linea secondo la nostra divina proportione commo per ditta 10ª del 4° lui ci mostra, avenga che in quel luogo epso non dica dicta linea dividerse sotto dicta proportione e sue conditioni, per non ci haver ancora dato notitia che cosa sia proportione, de la quale nel suo 5° se reserva, però che non è suo costume indure in suoi demostrationi le cose sequenti de le quali ancora non se ha notitia. Ma solo usa le antecedenti e questo ordine se comprehende per tutti li suoi 15 libri. E però, al proposito de dicto triangolo, non dici dividere dicta linea secondo la proportione ha-

vente el mezzo e doi extremi, ma dici, secondo la 11ª del 2°, farne di lei doi parti tali che 'l quadrato de l'una sia equale al producto de l'altra parte, in tutta dicta linea. La qual cosa in virtù non vol dir altro se non dividerla [27r.] secondo dicta proportione, commo apare per la 3ª diffinitione del 6° e per la 29ª del dicto. E ancora noi di sopra in questo dicemmo, quando fo dechiarito commo se intenda el mezzo e li suoi extremi, circa al primo suo effecto aducto.

Commo per reverentia de nostra salute terminano dicti effecti. Capitulo XXIII.

NON me pare, excelso Duca, in più suoi infiniti effecti al presente extenderme, però che la carta non suplirìa al negro a exprimarli tutti. Ma solo questi 13 habiamo fra gli altri, electi a reverentia de la turba duodena e del suo sanctissimo Capo Nostro Redemptore Christo Iesu, però che havendoli atribuito el nome divino, ancora pel numero de nostra salute de li 12 Articoli e 12 Apostoli col Nostro Salvatore, s'habino a terminare. Del qual collegio comprehendo Vostra Ducale Celsitudine haver singular devotione per haverlo nel preaducto luogo sacratissimo tempio de Gratie, dal nostro prefato Lionardo con suo ligiadro pennello facto disporre. Non di meno nel sequente processo non se restarà più altri secondo le occurrenze adurne, con ciò sia commo se dirà, che non

[27v.] sia possibile poter formare nè immaginare l'armonia e degna convenientia fra loro de tutti li corpi regulari e loro dependenti, al cui fine li già ditti habiamo proposti a ciò lor sequella più chiara se renda.

Commo dicti effecti concorino a la compositione de li corpi [regulari]. Capitulo XXIIII.

HORA, excelso Duca, la virtù e potentia de l'antedicta nostra proportione, con suoi singulari effecti maxime commo de sopra dicemmo, se manifesta in la formatione e compositione de li corpi sì regulari commo dependenti. De li quali a ciò meglio s'aprenda, qui sequente ordinatamente ne diremo; e prima de li cinque essentiali quali per altro nome sonno chiamati regulari, e poi successivamente de alquanti abastanza loro egregii dependenti. ℭ Ma prima è da chiarire perchè sienno dicti corpi regulari, secundariamente è da provare commo in natura non sia possibile formarne un sexto. Onde li decti sonno chiamati regulari perchè sonno de lati e anguli e basi equali, e l'uno da l'altro aponto se contiene, commo se mostrarà, e conrespondeno a li cinque corpi semplici in natura, cioè terra, aqua, aire, [28r.] fuoco e quinta essentia, cioè Virtù Celeste che tutti gli altri sustenta in suo essere. E sì commo questi cinque semplici sonno bastanti e sufficienti in natura, altramente serìa arguire Idio superfluo overo diminuto al bisogno

naturale, la qual cosa è absurda, commo afferma el philosopho che Idio e la Natura non operano invano, cioè non mancano al bisogno e non excedeno quello, così a' simili le forme de questi cinque corpi, de li quali s'ha a dire aponto, sonno cinque *ad decorem universi* e non possano esser più per quel che sequirà. E però non inmeritamente commo se dirà di sotto, l'antico Platone nel suo "Timeo", le figure de' dicti regulari atribuì a li cinque corpi semplici, commo in la 5ª convenientia del divin nome a la nostra proportione atribuita, de sopra fo detto. E questo quanto a la loro denominatione.

Commo non possino esser più che cinque corpi regulari. Capitulo XXV.

CONVIENSE ora mostrare commo non possino essere più de cinque tali corpi in natura, cioè che tutte lor basi sienno equali fra loro, e de angoli solidi e piani equali e similmente de lati equali. La qual cosa così apare, però che a la [28v.] constitutione de cadauno angulo solido almanco è necessario el concorso de 3 anguli superficiali, perchè solo de doi anguli superficiali non se po finire un angol solido. Onde, perchè li 3 anguli de cadauno exagono equilatero sonno equali a 4 anguli recti, e ancora de lo eptagono cioè figura de 7 lati e generalmente de cadauna figura de più lati equilatera e anco equiangula, li 3 suoi an-

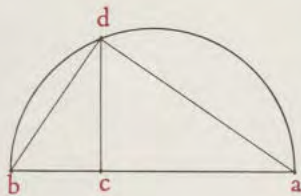
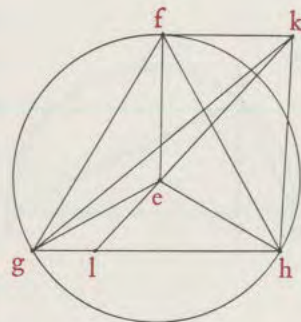
guli sempre sonno magiori de 4 recti, sì commo per la 32ª del 1° evidentemente apare, e cadauno angulo solido è menore de 4 anguli recti commo testifica la 21ª de l'11°; e però fia impossibile che 3 anguli de lo exagono e de lo eptagono, e generalmente de qualunche figura de più lati equilatera e ancora equiangula, formino un angol solido. E per questo se manifesta che niuna figura solida equilatera e de anguli equali, non si po formare de superficie exagonali, overamente de più lati, però che se li 3 angoli de lo exagono equilatero e anco equiangolo, sonno magiori che un angolo solido, sequita che 4 e più, molto magiormente excederanno dicto angulo solido. ℂ Ma li 3 angoli del pentagono equilatero [29r.] e anco equiangolo, è manifesto che sonno menori de 4 angoli recti, e li 4 sonno magiori de 4 recti. Onde, de li 3 anguli de un pentagono equilatero e anco equiangolo se po formare l'angolo solido, ma de li suoi 4 anguli o de più, non è possibile a formare angolo solido. E però solamente un corpo de pentagoni equilateri e anco equiangoli fia formato, el qual è dicto duodecedron altramente corpo de 12 pentagoni da li philosophi, nel quale li angoli de li pentagoni a tre a tre formano e contengano tutti li angoli solidi de dicto corpo. ℂ La medesima ragione fia in le figure quadrilatere de lati e angoli equali, commo in li pentagoni s'è dicto, però che ogni figura quadrilatera, se la

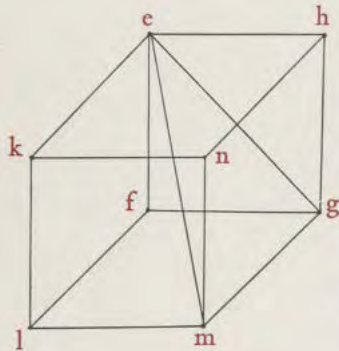
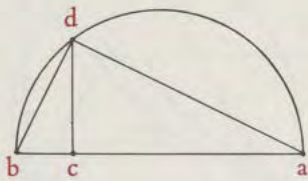
sirà equilatera e anco de angoli equali, quella per la diffinitione sirà quadrata, perchè tutti li suoi angoli siranno recti commo se mostra per la 32ª del 1º. Onde, de 3 angoli adonca de tal figura superficiale fia possibile formare un angol solido, ma de 4 suoi o de più è impossibile. Per la qual cosa de tali figure superficiali, le quali con ciò sia cosa che le sienno quadrilatere equilatere e de angoli equali, se ne po formare un solido el quale [29v.] noi chiamamo cubo, el quale è un corpo contenuto da 6 superficie quadrate e ha 12 lati e 8 angoli solidi. E de li trianguli equilateri li 6 angoli sonno equali a 4 recti per dicta 32ª del 1º; adonca, manco de 6 sonno menori de 4 recti e più de 6 sonno magiori de 4 recti, e però de 6 anguli o de più de simili trianguli non se po formare un angolo solido; ma de 5 e de 4 e de 3 se po formare. E con ciò sia che 3 anguli del triangulo equilatero contenghino un angolo solido, però de trianguli equilateri se forma el corpo de 4 basi triangulari de lati equali, ditto tetracedron. E quando concorgano 4 tali trianguli, se forma el corpo de 8 basi detto octocedron; e se 5 trianguli equilateri contengano un angol solido, alor se forma el corpo detto icocedron de 20 basi triangulari e de lati equali. Onde, perchè sienno tanti e tali li corpi regulari, e perchè ancora non sienno più, per quel che ditto habiamo a pieno fia manifesto.

De la fabrica e formatione de li cinque corpi regulari e de la proportione de cadauno a la sphera. Capitulo XXVI.

VEDUTO e inteso che [30r.] sienno li corpi regulari e quanti aponto, seque ora a dire commo se formino, a ciò sienno aponto circundati da una sphera; e ancora che proportione e denominatione da loro over suoi lati, al diametro de la sphera che aponto li circundasse, mediante la quale se vene in notitia de lor tutti. E però prima diremo del tetracedron, cioè del 4 basi triangulari equilatero, e poi de cadauno de li altri sucessivamente, per ordine sequendo se dirà.

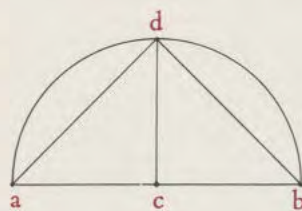
[Del tetracedron in la sphera aponto.]

DICO adonca, ditto corpo doverse così formare: cioè prima se prenda el diametro de la sphera in la quale noi intendiamo collocarlo, qual poniamo che sia la linea .ab., e questa se divida nel ponto .c. in modo che la parte .ac. sia dopia a la parte .bc. E faciase sopra lei el semicirculo .adb., e tirise la linea .cd. perpendiculare sopra la linea .ab., e tirinse le linee .bd. et .da. Da poi se facia el cerchio .fgh. sopra el centro .e. del quale el semidiametro sia equale a la linea .cd. Nel qual cerchio poi se facia un triangolo equilatero secondo che insegna la 2ª del 4°, e questo triangolo sia .fgh. e dal centro a li suoi angoli se tirino le linee .ef.

.eg. .eh. Poscia, sopra el centro .e. se [30v.] levi la linea .ek. perpendiculare a le superficie del cerchio .fgh., commo insegna la 12ª de l'11°, e questa perpendiculare ponghisse equale a la linea .ac., e dal ponto .k. se lascino le ypotomisse .kf. .kg. .kh. Le qual cose così aponto observate, dico esser finita la pyramide de 4 basi triangulari de lati equali; e questa aponto sirà circumscripta da la sphera di quel tal diametro .ab. E dico, per la proportione fra 'l diametro de la sphera e 'l lato de la fabricata pyramide, el quadrato de dicto diametro essere sexquialtero al quadrato del lato de dicta pyramide, cioè che 'l quadrato del diametro contiene el quadrato del lato de la pyramide una volta e mezza, cioè commo 3 a 2 e 6 a 4. E vol dire che, se 'l quadrato de dicto diametro fosse 6, el quadrato del lato de la pyramide serìa 4. E così se trova provato in geometria.

De la fabrica del cubo e sua proportione a la sphera. Capitulo XXVII.

SEQUITA a demostrare commo se formi el cubo, e qual sia la proportione fra 'l lato suo e lo diametro de la sphera che aponto lo circundasse. Per la qual cosa dico dicto cubo doverse così formare: cioè prima se prenda el [31r.] diametro de la sphera nella quale intendiamo aponto collocarlo, e questo sia la linea .ab. sopra la quale farò el semicirculo .adb. E poi

dividarò el diametro nel ponto .c. sì commo feci in la formatione de la piramide precedente, cioè che la parte .ac. sia dopia a la parte .bc. E tirise la linea .cd. perpendiculare a la linea .ab., e tirinse ancora le linee .db. et .da. Da poi se facia un quadrato del quale tutti li lati sienno equali a la linea .bd. e sia quel tal quadrato .efgh., e sopra li soi 4 angoli se levino 4 linee perpendiculari a la superficie del dicto quadrato, commo insegna la 12ª de l'11°, e queste tali perpendiculari ognuna sia posta ancora equale a la linea .bd. e sienno le ditte 4 perpendiculari .ek. .fl. .gm. .hn. E siranno queste 4 perpendiculari ognuna equidistante a l'altra fra loro, per la 6ª del dicto 11°. E li angoli da quelle e da li lati del quadrato contenuti, sonno recti per la diffinitione de la linea perpendiculare a la superficie. Da poi congionghinse le extremità de queste perpendiculari tirando le linee .kl. .lm. .mn. .nk. Le quali cose con diligentia aponto servate, sirà finito [31v.] el cubo che cercavamo de formare de 6 superficie quadrate contenuto, che se prova per la 34ª del 1°. Le 4 superficie che lo circundano, e sonno quelle de le quali li lati oppositi sonno le 4 perpendiculari, sonno tutte quadrate. ℂ De la basa che la sia quadrata, questo se manifesta per la nostra positione; e ancora, che la suprema superficie sia ancor lei quadrata, cioè .klmn., se demostra ancora per la dicta 34ª del 1° e per la 10ª de lo 11°. E così ancora per la 4ª del dicto 11° se mani-

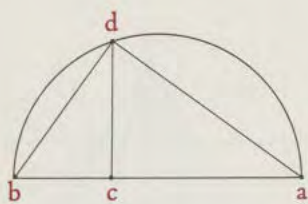
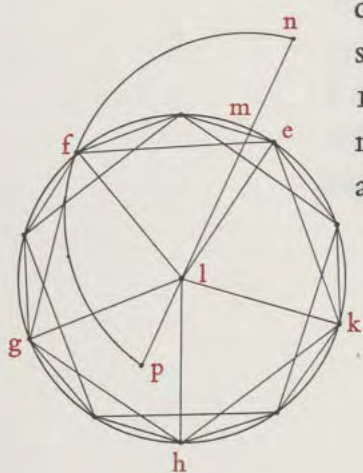
festa tutti li lati de dicto cubo stare orthogonalmente sopra le sue doi superficie opposite. E questo tale, aponto da la sphera del proposto diametro sirà circumscripto. Onde sempre dicto diametro sirà triplo in potentia al lato del dicto cubo, cioè che 'l quadrato de dicto diametro sirà tre tanto del quadrato del lato del cubo. Commo se 'l diametro fosse Radice 300, el lato del cubo converìa essere 10 aponto. La cui notitia a molti casi necessarii fia oportuna.

Commo se formi l'octocedron in sphera aponto collocabile, e sua proportione a la sphera. Capitulo XXVIII.

NEL terzo luogo sucede in fabrica el corpo [32r.] de 8 basi triangulari detto octocedron, qual simelmente da una proposta sphera sia aponto circundato, de la qual spera solo el diametro a noi sia noto. E fasse in questo modo. Prendase el diametro de la sphera qual sia la linea .ab., la quale se divida per equali nel ponto .c., e sopra tutta la linea se facia el semicirculo .adb. e tirise .cd. perpendiculare a la linea .ab.; e da poi se gionga el ponto .d. con le extremità del dicto diametro, cioè con .a. e con .b. Da poi faciase un quadrato del qual tutti li lati sienno equali a la linea .bd. e sia questo quadrato .efgh. E in questo quadrato se tiri doi diametri, de li quali l'uno sia .eg. e l'altro .fh., li quali fra loro se dividino nel ponto .k., onde per la

4ª del 1° fia manifesto che cadauno de questi diametri è equale a la linea .ab., la quale fo posta diametro de la sphera, con ciò sia che l'angolo .d. sia recto per la prima parte de la 30ª del 3°. E ancora cadauno de li anguli .e. .f. .g. .h. fia recto per la diffinitione del quadrato, e ancora fia manifesto che quelli doi diametri .eg. et .fh. fra loro se dividano per equali nel ponto .k., e apare per [32v.] la 5ª e 32ª e 6ª del 1°, facilmente deducendo. Ora levise sopra .k. la linea .kl. perpendiculare a la superficie del quadrato, la quale perpendiculare se ponga equale a la mità del diametro .eg. overo .fh., e poi se lascino le ypotomisse .le. lf. .lg. .lh., e tutte queste ypotumisse per le cose dicte e prosuposte mediante la penultima del 1°, replicata quante volte fia bisogno, fra loro siranno equali e ancora equali a li lati del quadrato. ℂ Adonca, fin qua habiamo una pyramide de 4 basi triangulari de lati equali constituta sopra el dicto quadrato, la qual piramide fia la mità del corpo de 8 basi quale intendemo. Da poi sotto dicto quadrato faremo un'altra pyramide simile a questa, in questo muodo: cioè tiraremo la dicta linea .lk. forando e penetrando el dicto quadrato, fin al ponto .m. in modo che la linea .km., la qual sta sotto el quadrato, sia equale a la linea .lk., la qual sta de sopra dicto quadrato. E da poi giognerò el ponto .m. con tutti li anguli del quadrato tirando 4 altre linee ypotumisali, le quali sienno .me. .mf. .mg. .mh., e que-

ste ancora se provano esser [33r.] equali fra loro e ancora a li lati de ditto quadrato, per la penultima del 1° e l'altre sopra adutte, commo fo provato de l'altre ypotumisse sopra al quadrato. E così sempre con diligentia observate le sopradicte cose, sirà finito el corpo de 8 basi triangulari de lati equali, el quale aponto sirà da la sphera circumscripto. ℂ La proportione fra la sphera e 'l dicto corpo, sie che 'l quadrato del diametro de la sphera al quadrato del lato de dicto corpo fia dopio, aponto: cioè se 'l dicto diametro fosse 8 el lato de l'octo basi serìa Radice 32, le cui potentie fra loro sonno in dupla proportione. Cioè che 'l quadrato del diametro fia dopio al quadrato del lato del dicto corpo; e così habiamo la fabrica e la proportione respecto de la sphera.

De la fabrica del corpo detto icocedron e creatione. Capitulo XXIX.

SAPER fare el corpo de 20 basi triangulari equilatere che aponto da una data sphera, che habia el diametro rationale, sia circundato overo circumscriptibile. E sirà evidentemente el lato del dicto corpo una linea irrationale, cioè quella che fia detta linea menore. ℂ *Verbi gratia*, sia ancora qui el diametro de la [33v.] data sphera .ab. qual se ponga esser rationale o in longhezza o solo in la potenza. E dividase nel ponto .c. in modo che .ac. sia quadrupla, o voi dir 4

tanto del .cb., e faciase sopra lei el semicirculo .adb.; e tirise .cd. perpendiculare al .ab. e tirise la linea .db. Da poi, secondo la quantità de la linea .db. se facia el cerchio .efghk. sopra el centro .l., al quale se inscriva un pentagono equilatero de le medesime anotato, o voi dir nominato. A li angoli del quale, dal centro .l., se menino le linee .le. .lf. .lg. .lh. .lk. E ancora nel medesimo cerchio, se facia un decagono equilatero. Dividinse adonca tutti li archi per equali, de li quali le corde sonno li lati del pentagono, e da li ponti medii a l'extremità de tutti li lati de lo inscripto pentagono, se derizino le linee recte, e ancora sopra tutti li anguli del dicto pentagono se derizi el cateto o voi dir perpendiculare, commo insegna la 12ª de l'11°, de li quali cadauno ancora sia equale a la linea .bd. E continuinse, o voi dir congionghinse, le extremità de questi 5 cateti con 5 corausti, e siranno per la 6ª de l'11°, li 5 cateti così de[34r.]rizati, fra loro equidistanti, e con ciò sia che loro sienno equali, siranno ancora per la 33ª del 1° li 5 corausti, quali congiongano le loro extremità, equali a li lati del pentagono. ℭ Lascia cadere adonca da cadauna sumità de tutti li cateti, doi e doi ypotomise a li doi anguli circumstanti del decagono inscripto, e le extremità de queste 10 ypotomisse, quali descendano da le cinque extremità de li cateti a li cinque ponti quali sonno cadauni anguli medii del decagono inscripto, continua over

congiongni formando un altro pentagono nel ditto cerchio, el quale ancora sirà equilatero per la 23ª del 3º. E quando harai facto questo, vederai che harai facto 10 trianguli, de li quali li lati sonno le 10 ypotomise e li 5 corausti e li 5 lati de questo pentagono inscripto. E che questi triangoli sienno equilateri così lo aprenderai: con ciò sia che tanto el semidiametro del cerchio descripto quanto che cadauno de li cateti derizati sia equale a la linea .bd. per la ypothesi, sirà per lo corelario de la 15ª del 4°, cadauno de li cateti equale al lato de lo exagono equilatero facto [34v.] nel cerchio, del quale el diametro fia equale a la linea .bd.; e perchè per la penultima del 1°, cadauna de le 10 ypotomise tanto è più potente del cateto quanto po el lato del decagono, e ancora per la 10ª del 13°, el lato del pentagono è tanto più potente del medesimo quanto po el medesimo lato del decagono, sirà per la comune scientia cadauna de queste ipotomise equale al lato del pentagono. ℂ E de li corausti già è stato mostro che loro sienno equali a li lati del pentagono. Onde tutti li lati de questi 10 trianguli overamente sonno lati del pentagono equilatero la seconda volta al cerchio inscripto, overamente a quelli equali. Sonno adonca li dicti trianguli equilateri. Ancora, più sopra el centro del cerchio qual fia el ponto .l., deriza un altro cateto equale a li primi qual sia .lm., e la sua superiore extremità — qual fia el ponto .m. — gion-

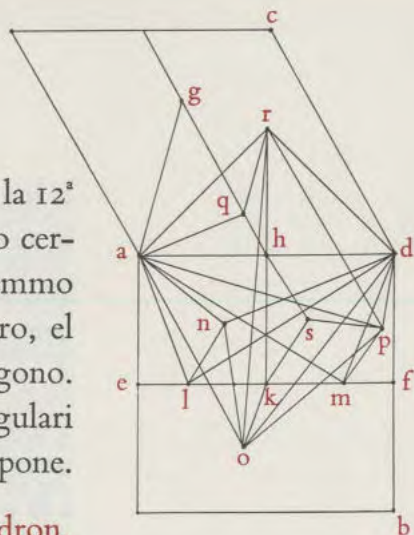
gni con cadauna extremità de li primi per 5 corausti, over con 5 corausti, e sirà, per la 6ª de l'11°, questo cateto centrale, cioè che fia derizato nel centro, equidistante a cadauno de li cateti angulari. E però per la 33ª del 1°, questi 5 corausti siranno [35r.] equali al semidiametro del cerchio e, per lo corelario de la 15ª del 4°, cadauno fia commo lato de lo exagono. Adonca al ditto cateto centrale da l'una e l'altra parte, s'agionghi una linea equale al lato del decagono, cioè de sopra in su li s'agionga .mn. e in giù, sotto al cerchio li s'agionga dal centro del cerchio .lp. Da poi se lascino cadere dal ponto .n. cinque ypotomise a li 5 anguli superiori de li 10 trianguli quali sonno intorno al circuito, e dal ponto .p. altre cinque a li altri cinque anguli inferiori. E siranno queste 10 ypotomise equali fra loro [e] a li lati de lo inscripto pentagono per la penultima del 1° e per la 10ª del 13°, sì commo de le altre 10 fo demostrato prima. ℂ Hai adonca el corpo de 20 basi triangulari et equilatere, del quale tutti li lati sono equali a li lati del pentagono, e lo suo diametro fia la linea .np. E de questi 20 trianguli, 10 ne stanno nel circuito sopra el cerchio e 5 se elevano in su concurrenti al ponto .n., e li altri 5 concorrano de sotto al cerchio nel ponto .p. E questo corpo chiamato icocedron così formato che la data sphera aponto el circundi, così sirà manifesto. Con ciò sia che la linea .lm. [35v.] sia equale al lato de lo exagono e la li-

nea .mn. al lato del decagono, quali sienno equilateri circumscripti ambedoi dal medesimo cerchio .efg., tutta .ln. sirà per la 9ª del 13° divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi nel ponto .m. e la sua magior parte sirà la linea .lm. ℭ Dividise adonca .lm. per equali nel ponto .q., e sirà, per la comune scientia, .pq. equale al .qn., però che .pl. fia posta equale al lato del decagono sì commo .mn.; onde .qn. fia la mità de .np. sì commo .qm. fia mità de .ml. Con ciò sia adonca, che 'l quadrato .nq. sia per la 3ª del 13°, quincuplo al quadrato .qm.: sirà ancora per la 15ª del 5° el quadrato .pn. quincuplo al quadrato .lm., però che per la 4ª del 2° el quadrato .pm. fia quadruplo [al] quadrato .qn., e lo quadrato ancora .lm. quadruplo al quadrato .qm. per la medesima. E lo quadruplo al quadruplo fia commo el simplo al simplo, commo aferma la 15ª del 5°. E lo quadrato .ab. fia quincuplo al quadrato .bd. per la seconda parte del corelario de la 8ª del 6° e per lo corelario de la 17ª del medesimo, però che .ab. ancora è quincupla al .bc., però che .ac. fo a la me[36r.]desima quadrupla. Perchè adonca .lm. fia per la ypotesi equale al .bd., sirà per la comune scientia, .ab. equale al .np. Onde, se sopra la linea .np. se facia el semicirculo el qual se meni intorno fin che torni al primo luogo donde se conmezzò a movere, quella sphera che sirà facta pel suo moto, sirà — per la diffinitione de le

sphere equali — equale a la sphera proposta. ℭ E perchè la linea .lm. fia nel medio luogo proportionale infra .ln. et .nm., e però infra .ln. et .lp., sirà ancora cadauno semidiametro del cerchio nel medio luogo proportionale infra .ln. et .lp., e con ciò sia che .lm. sia equale al semidiametro del cerchio. Onde el semicirculo descripto sopra .pn. passarà per tutti li ponti de la circumferentia del cerchio .efg., e però ancora per tutti li anguli del fabricato solido, quali stanno in quella circumferentia. E perchè per la medesima ragione tutti li corausti — quali continuano o voi dir congiongano, l'extremità de li cateti angulari con la extremità del centrale — sonno nel medio luogo proportionali infra .pm. et .mn., imperò che cadauno d'epsi fia equale al .lm., sequita che 'l medesimo semicirculo passi [36v.] ancora per li altri angoli de la figura icocedron così fabricata. ℭ Fia adonca questo tal corpo inscriptibile o voi locabile, in la sphera de la quale el diametro fia [.pn. e però ancora a la sphera de la quale el diametro fia] .ab. E lo lato de questa solida figura dico essere la linea menore, però che gli è manifesto che la linea .bd. fia rationale in potenza con ciò sia che 'l suo quadrato sia subquincuplo o voi dir el quinto, del quadrato de la linea .ab., la qual fo posta rationale o in longhezza overo solo in potenza. Onde el semidiametro — e li semidiametri — del cerchio .efg. fia ancora rationale in potenza, però che 'l

suo semidiametro fia equale al .bd. Adonca per la 12ª del 13°, el lato del pentagono equilatero a questo cerchio inscripto, fia la linea menore; e ancora, sì commo nel processo de questa demostratione fo mostro, el lato de questa figura è quanto el lato del pentagono. Adonca el lato de questa figura de 20 basi triangulari equilatere fia la linea menore, sì commo se propone.

Del nobilissimo corpo regulare detto duodecedron. Capitulo XXX.

SAPER fare el corpo de 12 basi pentagonali equilatere et equiangole che de [37r.] ponto la sphera proposta lo circondi o voi dir circumscriva. E sirà el lato del dicto corpo manifestamente irrationale, quello che fia ditto residuo. ℂ Faciase un cubo secondo che insegna el modo dato che la sphera asegnata lo circondi aponto, e sienno de questo cubo le doi superficie .ab. et .ac. e imaginamo adesso che .ab. sia la superficie suprema de questo, e la superficie .ac. sia una de le laterali, e sia la linea .ad. comuna a queste doi superficie. Dividinse adonca in la superficie .ab. li doi lati oppositi per equali, cioè .db. e lo lato a lui opposito, e li ponti de la divisione se continuino per la linea .ef. E lo lato ancora .ad. e quello che a lui è opposito in la superficie .ac., dividinse per equali e li ponti de la divisione se continuino per una linea recta de la quale la mità sia .gh. e sia [.h.] el ponto medio de

la linea .ad. Similmente la linea .ef. dividise per equali, nel ponto .k., e tirise .hk. ℭ Cadauna adonca de le tre linee .ek. .kf. et .gh. dividerai secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi in li tre ponti .l. .m. .q., e sienno le loro parti magiori .lk. .km. et .gq. le quali fia manifesto essere equali con ciò sia che tutte le linee divise sienno equali, cioè cadauna d'epse a la mità del lato del cubo. Da poi da [37v.] li doi ponti .l. et .m. derizza le perpendiculari — commo insegna la 12ª de l'11° — a la superficie .ab., de le quali cadauna porrai equale a la linea .kl., e sienno .ln. et .mp. Similmente dal ponto .q. derizza perpendicularmente .qr. a la superficie .ac., la quale porrai equale al .gq. Tira adonca le linee .al. .an. .am. .ap. .dm. .dp. .dl. .dn. .ar. .aq. .dr. .dq. Fia manifesto, adonca, per la 5ª del 13°, che le doi linee .ke. et .el. potentialmente o voi dir in potentia, sonno triplo a la linea .kl.; e però ancora a la linea .ln. con ciò sia che .kl. et .ln. sienno equali. E ancora .ke. fia equale al .ea.; adonca le doi linee .ae. et .el. sonno in potenza triplo a la linea .ln. Onde, per la penultima del 1° .al. fia in potentia tripla al .ln., e però per la medesima, .an. fia in potentia quadrupla al .ln. E con ciò sia che ogni linea sia in potentia quadrupla a la sua mità, sequita, per la comune scientia, che .an. sia dupla in longhezza al .ln. E perchè .lm. fia dupla al .lk., e ancora .kl. et .ln. sonno equali, sirà .an. equale al .lm., però che le lor mità

sonno equali. E perchè per la 33ª del 1°, .lm. fia equale al .np., sirà .an. equale al .np. E per lo medesimo modo pro[38r.]varai le tre linee .pd. .dr. et .ra. essere fra loro equali e a le doi predicte. ℂ Habiamo adonca per queste 5 linee el pentagono equilatero, el qual è .anpdr. Ma forse tu dirai che 'l non sia pentagono perchè forse non è tutto in una medesima superficie, la qual cosa è necessaria a ciò che 'l sia pentagono. E che 'l sia tutto in una medesima superficie così lo aprenderai. Nasca o voi dir esca, dal ponto .k. la linea .ks. perpendiculare a la superficie .ab. la qual sia equale al .lk. E sirà per questo, equale a cadauna de le doi .ln. et .mp. E con ciò sia che la sia equidistante a cadauna d'epse per la 6ª de l'11°, e però con ambedoi in la medesima superficie, per la diffinitione de le linee equidistanti, fia necessario che 'l ponto .s. sia in la linea .np. e che la divida per equali. Tirinse adonca le doi linee .rh. et .hs., onde li doi trianguli .ksh. et .qrh. sonno sopra un angolo — cioè .khq. — constituti. E fia la proportione del .kh. al .qr. commo del .ks. al .qh.: però che sì commo .gh. al .qr. così .kh. al .qr., per la 7ª del 5°, e commo .rq. al .qh. così .ks. al .qh. per la medesima. Ma .gh. al .qr. commo .qr. al .qh., imperò che .qr. fia equale al .gq. Adonca, per la 30ª del 6°, la linea [38v.] .rhs. fia linea una. Onde per la 2ª de l'11°, tutto el pentagono del qual desputamo, fia in una medesima superficie. ℂ E dico ancora epso

essere equiangulo che così aparerà. Però che, con ciò sia che .ek. sia divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, e la .km. sia equale a la sua magior parte, sirà ancora per la 4ª del 13°, presente tutta .em., divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi e la sua magior parte ancora la linea .ek. E però per la 5ª del 13° le doi linee .em. et .mk. — e però le doi .em. et .mp., però che .mp. fia equale al .mk. — sonno in potentia triplo a la linea .ek., e però ancora a la linea .ae. però che .ae. fia equale al .ek. Onde le tre linee .ae. .em. et .mp. sonno in potenza quadruplo a la linea .ae. Fia chiaro ancora, per la penultima del 1° doi volte replicata, che la linea .ap. fia in potentia equale a le tre linee .ae. .em. et .mp. Onde .ap. fia in potentia quadrupla a la linea .ae. E lo lato del cubo, con ciò sia che 'l sia dopio a la linea .ae., fia ancora in potenza quadruplo a epsa per la 4ª del 2°. Adonca, per la comune scientia, .ap. fia equale al lato del cubo; e con ciò sia che .ad. sia uno de li lati del cubo, sirà .ap. equale al .ad. e però per la 8ª del 1°, l'angolo .ard. fia equale a l'angolo .anp. ℂ Al mede[39r.]simo modo proverai l'angolo .dnp. essere equale a l'angolo .dra., perchè tu proverai la linea .dn. essere in potentia quadrupla a la mità del lato del cubo. Con ciò sia adonca che, per queste cose dicte, el pentagono sia equilatero e habia tre angoli equali, epso sirà equiangulo per la 7ª del 13°. Se

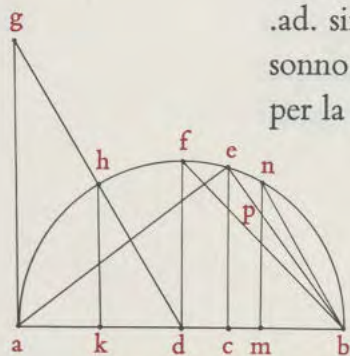
adonca per questa via e consimile ragione, sopra cadauno de li altri lati del cubo fabricaremo un pentagono equilatero et equiangolo, se finirà un solido de 12 superficie pentagone equilatere e ancora equiangole contenuto, però che 'l cubo ha 12 lati. ℭ Resta ora demostrare che questo tal solido sia circumscriptibile o voi dir aponto circumdato da la sphera data, che così aparerà. Cioè, tirinse adonca da la linea .sk. doi superficie quali dividino el cubo: de le quali, l'una el divida sopra la linea .hk. e l'altra sopra la linea .ef. E sirà per la 40ª de l'11°, che la comune divisione de queste doi superficie divida el diametro del cubo, e così viceversa o voi dir per converso, che epsa sia divisa dal dicto diametro per equali. Sia adonca la loro comune divisione fin al diametro del cubo, la linea .ko. in modo che 'l ponto .o. sia centro del cubo, e me[39v.]ninse le linee .oa. .on. .op. .od. .or. E fia chiaro che cadauna de le doi linee .oa. et .od. fia semidiametro del cubo e però sonno equali. E de la linea .ok. fia chiaro per la 40ª de l'11°, che lei fia equale al .ek., cioè a la mità del lato del cubo; e perchè .ks. fia equale al .km., sirà .os. divisa nel ponto .k. *secundum* proportione havente el mezzo e doi extremi, e la sua magior parte fia la linea .ok., la quale fia equale al .ek. Onde, per la 5ª del 13° siranno le doi linee .os. et .sk. — e però ancora .os. et .sp., però che .sp., a le quali questa demostratione non se extende, fia equale

al .ks. — triplo in potentia a la linea .ok. e però a la mità del lato del cubo. Onde, per la penultima del 1° la linea .op. fia in potentia tripla a la mità del lato del cubo. E pel corelario de la 14ª del 13° se manifesta che 'l semidiametro de la sphera è triplo in potentia a la mità del lato del cubo, el qual fia circumscripto o voi dir circundato, da la medesima sphera. Onde .op. fia quanto el semidiametro de la sphera che circunda aponto el cubo proposto: per la medesima ragione, tutte le linee menate dal ponto .o. a cadauno de li angoli de tutti li pentagoni formati sopra li lati del [40r.] cubo, cioè a tutti li angoli quali sonno proprii a li pentagoni e non a quelli che sonno comuni a loro e a le superficie del cubo, cioè proprii de ponto sì commo sonno li tre angoli .n. .p. .r. nel formato pentagono. ℂ E de quelle linee che vengano dal ponto .o. a tutti li angoli de li pentagoni, li quali sonno comuni a li pentagoni e a le superficie del cubo, sì commo sonno nel presente pentagono li doi angoli .a. et .d., fia chiaro che loro sonno equali al semidiametro de la sphera che aponto el cubo circunda, però che loro sonno diametri del cubo per la 40ª de l'11°. Ma el semidiametro del cubo fia commo el semidiametro de la sphera che aponto el circonda, sì commo apare per lo ragionamento de la 14ª [del 13°]. Adonca, tutte le linee menate dal ponto .o. a tutti li angoli del duodecedron — cioè del solido contenuto da 12 su-

perficie pentagone equilatere et equiangule, che così se chiama in greco — sonno equali fra loro e al semidiametro de la sphera. Onde se 'l semicirculo lineato sopra tutto el diametro de la sphera overamente del cubo, se 'l se mena intorno, passarà per tutti li suoi angoli: onde [40v.] per la diffinitione esso fia circumscriptibile o voi dir circundato da la sphera asegnata. ℭ Dico ancora che 'l lato de questa figura fia linea irrationale, cioè quella che se chiama residuo, se 'l diametro de la sphera che aponto lo circonda sia rationale in longhezza overo in potentia, che così apare. Con ciò sia che 'l diametro de la sphera per la 14ª del 13°, sia tripla in potentia al lato del cubo, sirà el lato del cubo rationale in potentia se 'l diametro de la sphera sirà rationale in longhezza overo in potentia. E per la 11ª del 13° fia chiaro che la linea .rp. divide la linea .ad. la qual è lato del cubo secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, e che la sua magior parte fia equale al lato del pentagono. E perchè la sua magior parte fia residuo per la 6ª del 13°, se manifesta el lato de la figura dicta duodecedron, essere residuo. La qual cosa habiam voluto demostrare.

[De la regola e muodo saper trovare li lati de' dicti corpi.] Capitulo XXXI.

Li lati de li cinque corpi antedicti circumscripti tutti aponto da una medesima sphera, de la quale

sphera a noi el diametro solamente sia proposto, e per dicto diametro sapere trovare. ℭ *Verbi gratia*, sia .ab. el diametro de alcuna sphera a noi proposto per lo quale a noi bisogni li lati de li cinque predicti corpi ritrovare, [41r.] quali tutti se intendino in una medesima sphera collocati, de li quali toccando uno de li suoi anguli tocchino tutti; cioè che aponto dicta sphera tutti li circondi. La qual cosa così faremo: cioè, dividiamo adonca questo diametro nel ponto .c. in modo che .ac. sia dopia al .cb., e per equali nel ponto .d., e faremo sopra epsa el semicirculo .afb. a la circumferentia del quale se tirino doi linee perpendiculari a la linea .ab., le quali sienno .ce. et .df. E giognemo .e. con .a. et con .b. et .f. con .b. Egli è manifesto adonca, per la demostratione de la 13ª del 13°, che .ae. fia lato de la figura de 4 basi triangule et equilatere; e per la demostratione de la 14ª [del dicto], che .eb. fia lato del cubo, e per la demostratione de la 15ª che .fb. fia lato de la figura de 8 basi triangulari et equilatere. Esca adonca dal ponto .a. la linea .ag. perpendiculare al .ab. e ancora equale a la medesima .ab.; e giongase .g. con .d. e sia .h. el ponto nel quale .gd. divide la circumferentia del semicirculo. E menise .hk. perpendiculare al .ab. E perchè .ga. fia dupla al .ad. sirà, per la 4ª del 6°, .hk. dopia al .kd., però che sonno li doi trian[41v.]guli .gad. et .hkd. equiangoli per la 32ª del 1° imperò che l'angolo .a. del magiore

fia equale a l'angolo .k. del menore, però che cadauno è recto e l'angolo .d. fia comune a l'uno e l'altro. ℭ Adonca, per la 4ª del 2° .hk. fia quadrupla in potentia al .kd., adonca, per la penultima del 1° .hd. fia in potentia quincupla al .kd. [e con ciò sia che .db. sia equale al .hd. — però che .d. fia centro del semicirculo — sirà ancora .db. in potentia quincupla al .kd.]. E con ciò sia che tutta .ab. sia dopia a tutta .bd. sì commo .ac. cavata de la prima .ab. fia dupla al .cb. cavata de la seconda .bd., e sirà per la 19ª del 5° .bc. remanente de la prima, dopia al .cd. residua de la seconda; e però tutta .bd. fia tripla al .dc. Adonca, el quadrato .bd. fia nonuplo cioè nove tanto del quadrato .cd., e perchè epso era solamente quincuplo al quadrato .kd., sirà per la seconda parte de la 10ª del 5°, el quadrato .dc. menore del quadrato .kd., e per questo, .dc. menore del .kd. Sia adonca .dm. equale al .kd. e vada .mn. fin a la circumferentia, la qual sia perpendiculare al .ab., e giongase .n. con .b. Con ciò sia adonca che .dk. et .dm. sienno equali, siranno per la diffinitione di quello che è alcuna linea dal centro esser equidistante, le doi linee .hk. et .mn. equalmente distanti o voi dir lon[42r.]tane dal centro e però equali fra loro per la seconda parte de la 13ª del 3° e per la seconda parte de la 3ª del dicto. Onde .mn. fia equale al .mk. però che .hk. era equale a lei. E perchè .ab. fia dopia al .bd. et .km. dopia al .dk., e lo

quadrato .bd. quincuplo al quadrato .dk., sirà per la 15ª del 5°, el quadrato .ab. similmente quincuplo al quadrato .km., però che gli è così el quadrato del duplo al quadrato del duplo commo el quadrato del simplo al quadrato del simplo. E per la demostratione de la 16ª del 13°, fia manifesto che 'l diametro de la sphera fia in potentia quincuplo così al lato de lo exagono del cerchio de la figura de 20 basi. ¶ Adonca, .km. fia equale al lato de lo exagono del cerchio de la figura de 20 basi però che 'l diametro de la sphera qual fia .ab., fia in potentia quincuplo così al lato de lo exagono del cerchio de quella figura, commo al .km. E ancora, per la demostratione de la medesima, fia manifesto che 'l diametro de la sphera fia composto del lato de lo exagono e de doi lati del decagono del cerchio de la figura de 20 basi. Con ciò sia adonca che .km. sia commo el lato de lo exa[42v.]gono, e ancora .ak. sia equale al .mb., però che loro sonno li residui o voi dir remanenti de le equali, levatone le equali sirà .mb. commo el lato del decagono. Perchè adonca .mn. fia commo lato de lo exagono, però che epsa fia equale al .km., sirà per la penultima del 1° e per la 10ª del 13°, .nb. commo el lato del pentagono del cerchio de la figura de 20 basi. E perchè per la demostratione de la 16ª del dicto, apare che 'l lato del pentagono del cerchio de la figura de 20 basi fia lato de la medesima figura de 20 basi, fia chiaro la linea .nb. esser lato de questa fi-

gura. ℂ Dividise adonca .eb. — qual fia lato del cubo da la proposta sphera aponto circondato — secondo la proportione havente el mezzo e doi extremi, nel ponto .p., e sia la sua magior parte .pb. Fia chiaro adonca, per la demostratione de la precedente, che .pb. fia lato de la figura de 12 basi. Sonno adonca trovati li lati de li cinque corpi premessi o voi dir anteposti, mediante el diametro de la spera solamente a noi proposto; li quali lati sonno questi, cioè .ae. de la piramide de 4 basi, .eb. lato del cubo, .fb. lato de l'8 basi e lo .nb. lato del 20 basi e la linea .pb. lato del 12 basi. Et qua[43r.]li sienno magiori de questi lati degli altri fra loro, così apare. Però che gli è chiaro che .ae. fia magiore del .fb., però che l'arco .ae. fia magiore de l'arco .fb. e ancora .fb. fia magiore del .eb. e lo .eb. magiore del .nb. E ancora dico .nb. esser magiore che .pb., però che con ciò sia che .ac. sia dopia al .cb., sirà per la 4ª del 2° el quadrato .ac. quadruplo al quadrato .cb.; e per la seconda parte del corelario de la 8ª del 6° e per lo corelario de la 17ª del dicto, fia chiaro che 'l quadrato .ab. fia triplo al quadrato .be. Ma per la 21ª del 6° el quadrato .ab. al quadrato .be. fia commo el quadrato .be. al quadrato .cb., però che la proportione del .ab. al .be. fia commo del .be. al .bc. per la seconda parte del corelario de la 8ª del 6°. Onde per la 11ª del 5°, el quadrato .be. fia triplo al quadrato .cb., e perchè el quadrato .ac. fia quadruplo al me-

desimo quadrato, commo è stato mostrato, sirà per la prima parte de la 10ª del 5°, el quadrato .ac. menore del quadrato .be. E però la linea .ac. fia magiore de la linea .be., e però .am. molto più magiore. E già è manifesto per la 9ª del 13°, che se la linea .am. sirà divisa secondo la proportione havente el mezzo e doi [43v.] extremi, sirà la sua magior parte la linea .km., la qual fia equale al .mn.; e ancora quando .be. se divide secondo la medesima proportione, cioè *habens medium et duo extrema*, la sua magior parte fia la linea .pb. Con ciò sia adonca che tutta .am. sia magiore che tutta .be., sirà .mn., quale fia equale a la magior parte .am., magior che .pb. la qual fia la magior parte del .eb. E questo fia manifesto per la 2ª del 14° libro, la quale senza aiuto de alcuna de quelle che sequitano, con ferma demostratione se fortifica. Adonca, per la 19ª del 1°, molto più forte .nb. fia magiore che .pb. ℭ Onde apare li lati de li cinque corpi antedicti quasi con quel medesimo ordine che fra loro se sequitano, con quello fra loro se excedino. Solamente questo ha la instantia, cioè non se observa tal ordine nel cubo e nell'octocedron, cioè in lo 8 basi, però che 'l lato de lo 8 basi antecede al lato del cubo, avenga che 'l cubo anteceda all'octocedron in fabrica e formatione commo nel 13° apare e non è senza misterio. Onde in la formatione el cubo se prepone a l'octocedron, perchè per la medesima divisione del diametro [44r.] de

la sphera proposta, se trova el lato de la piramide de 4 basi triangulari e lo lato del cubo. Fia adonca .ae. lato de la pyramide magiore de li lati de tutti li altri corpi. E da poi lui, fia .fb. lato de l'8 basi magiore de li lati de tutti li altri corpi che doppo lui sequitano. E nel terzo luogo sequita in grandezza .eb., lato del cubo; e nel quarto luogo fia .nb. lato del 20 base, cioè icocedron. E lo minimo de tutti fia .pb. lato del duodecedron, cioè del 12 base pentagonali.

De la proportione de' dicti regulari fra loro e lor dependenti. Capitulo XXXII.

HAVENDO inteso la sufficientia de li detti cinque corpi regulari e mostrata la impossibilità a esserne più de cinque col modo in loro dependenti a procedere in infinito, segue dover dar modo a loro proportioni fra l'uno e l'altro e l'altro e l'uno, e quanto a capacità e continentia, e quanto a loro superficie; e poi de le inclusioni de l'uno in l'altro e per converso, e prima de la loro aria corporale. ℭ Le proportioni de l'uno a l'altro sempre siranno irrationali per rispecto de la nostra proportione sopra aducta, la quale, in loro compositioni e formationi se interpone [44v.] commo s'è detto. Excepto del tetracedron e lo cubo e l'octocedron, per la precisione aponto de loro proportioni al diametro de la sphera nella quale se inscrivano porrà a le volte forse essere rationale, ma quella de lo icoce-

dron e quella del duodecedron a quali si voglia comparati, mai po essere rationale per la cagione dicta. E però qui non mi pare, excelso Duca, altro doverne dire perchè serebe crescere el volume de infinite irrationalità in le quali più presto lo intellecto se verìa a confondere che a prendere piacer, al cui fine el nostro studio sempre fia intento. E quel tanto a ciò me pare dover esser bastante che in lo particular nostro tractato de' dicti corpi composto, nell'opera nostra s'è detto, al quale per la moltitudine a l'universo comunicata, facile fia el recorso. E medianti loro dimensioni in quel luogo poste, secondo la peregrinezza de li ingegni, sempre se ne porrà con l'utilità reportarne gran dilecto. E così simelmente dico de tutti loro dependenti de li quali in quel luogo alquanti ve ne sonno posti. ℂ Vero è che per la 10ª del 14°, la proportione del duodecedron a lo icocedron [45r.] quando ambedoi sienno facti in la medesima sphera, se conclude essere aponto commo quella de tutte le sue superficie a tutte le superficie di quello insiemi gionte. E la 16ª del ditto, dici lo octocedron esser divisibile in 2 piramidi de altezza equali, che fia para al semidiametro de la sphera dove fosse fabricato, e le lor basi sonno quadrate. El qual quadrato superficiale fia subduplo al quadrato del diametro de la sphera. La qual notitia a noi per sua mesura assai giova; e, mediante quella, a molte altre se po devenire.

De la proportione de tutte loro superficie l'une a l'altre. Capitulo XXXIII.

Le loro superficie, excelso Duca, fra loro similmente possiamo dire al medesimo modo esser proportionali commo de lor massa corporea s'è dicto, cioè irrationali per la malitia de la figura pentagona che in lo duodecedron se interpone. Ma de l'altre possano a le volte essere rationali, commo quelle del tetracedron, cubo, octocedron, per essere triangole e quadrate e note in proportione con lo diametro de la loro sphera in la quale si formano, commo s'è veduto di sopra. Vero è che la 8ª [45v.] del 14° conclude: tutte le superficie del 12 basi pentagone a tutte le superficie del 20 basi triangole, cioè del duodecedron a quelle de l'icocedron, essere commo quella del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de 20 basi, quando tutti dicti corpi sienno aponto contenuti, over circumscripti, da una medesima sphera. El perchè non me pare con silentio da passare la mirabile convenientia fra loro nelle loro basi, cioè che le basi del duodecedron e quelle de l'icocedron ognuna fia aponto circumscripta da un medesimo cerchio, commo mostra la 5ª del dicto 14°. La qual cosa fia de nota degna; e questo quando in la medesima sphera siran fabricati. ℭ E de le superficie tutte del tetracedron a le superficie tutte de l'octocedron, fia la proportione

nota per la 14ª del ditto 14°; con ciò sia che una de le basi del tetracedron sia un tanto e un terzo de una de le basi de l'octocedron, cioè in la sexquiterza proportione che fia quando el magior contene el menore una volta e un terzo, sì commo 8 a 6 e quella de 12 a 9. E la proportione de tutte le superficie [46r.] de l'octocedron insiemi gionte, a tutte quelle del tetracedron insiemi gionte, fia sexquialtera cioè un tanto e mezzo commo se quelle de lo octocedron fosser 6 e quelle 4, che fia quando el magior contene el menore una volta e mezza quando sienno de una medesima sphera. E tutte quelle del tetracedron gionte con quelle de l'octocedron, compongano una superficie detta mediale, commo vole la 13ª del dicto 14°. E tutte le superficie de lo exacedron cioè cubo, se aguagliano al duplo del quadrato del diametro de la sphera che lo circumscrive, e la perpendiculare che dal centro de la sphera a ciascuna de le basi del dicto cubo se tira, sempre fia equale a la mità del lato de dicto cubo, per l'ultima del 14°. Cioè, se dicto diametro fosse 4 tutte dicte superficie serebono 32; e se dicta perpendiculare fosse 1, el lato del cubo serìa 2. De le quali proportioni e superficie per haverne a pieno in l'opera nostra tractato, a questo sienno suplemento con quelle de li dependenti in tutti modi con diligentia operando per algebra.

De le inclusioni de li cinque regulari uno in l'altro e [46v.] l'altro in l'uno, e quante sienno in tutto e perchè. Capitulo XXXIIII.

SEQUITA ora chiarire commo l'uno de questi cinque corpi essentiali, cioè regulari, l'uno sia contenuto da l'altro, e quali sì e quali non e perchè. Onde, prima del tetracedron parlando se mostra lui non potere per alcun modo in sè recevere altro che l'octocedron, cioè corpo de 8 basi triangule e de 6 anguli solidi, però che in lui non sono nè lati nè basi nè anguli, ne li quali se possino li lati del cubo nè de' suoi anguli nè superficie, apogiare in modo che tochino equalmente secondo che richiede la loro vera inscriptione, commo la sua forma materiale a l'occhio ci demostra e per scientia vera nella 1ª del 15°, fia manifesto. Nè anco de niuno de li altri doi, cioè icocedron e duodecedron. ℭ Quando adonca vorremo el dicto octocedron in dicto 4 basi overo tetracedron inscrivere over formare, in questo muodo lo faremo. Cioè prima fabricaremo dicto tetracedron commo de sopra habiamo insegnato, el quale così facto, poi divideremo cadaun suo lato per equali e li lor ponti medii tutti continuaremo con linee recte [47r.] l'un con l'altro e l'altro con l'uno. La qual cosa facta che sia, senza dubio dicto corpo in quello aponto haremo situato in modo che li suoi 6 angoli solidi in su li 6 lati

del dicto tetracedron, siranno appogiati equalmente. La qual cosa la experientia materiale renderà aperta e la 2ª del 15°, manifesta.

Commo dicto tetracedron se formi e collochi nel cubo. Capitulo XXXV.

El detto tetracedron nel cubo se collocarà in questo modo: cioè prima faremo el cubo secondo li modi sopra dati, poscia in cadauna de le sue 6 superficie quadrate tiraremo la diagonale over diametro, e sirà el proposito concluso commo la 1ª del 15° demostra, però che dicto tetracedron, commo fo detto, ha 6 lati conrespondenti al numero de le 6 superficie del cubo e quelli vengano a essere le sue 6 diagonali in sue superficie protracte. E li 4 anguli de la pyramide si vengano a fermare in 4 de li 8 del dicto cubo. El che ancora la maestra de tutte le cose, sancta experientia, in lor materiali chiaro el rende.

De la inclusione de l'octocedron nel cubo. Capitulo XXXVI.

E volendo l'8 basi cioè octocedron, [47v.] ne lo exacedron formare, prima bisogna nel cubo havere la pyramide triangola equilatera fabricata, li cui lati commo fo detto, sonno li 6 diametri de le sue basi. E però, se cadauno de' dicti diametri per equali divideremo e quelli ponti medii con linee recte l'un con

l'altro congiogneremo, senza dubio nel proposto cubo fia aponto l'octocedron formato. E ogni suo angolo solido aponto, si fermerà ne le basi de dicto cubo per la 3ª del 15º.

De la fabrica de lo exacedron ne l'octocedron. Capitulo XXXVII.

Lo exacedron over cubo, nell'octocedron si farà in questo modo, cioè prima faremo dicto octocedron secondo li documenti dati di sopra in questo. El qual così formato, de ognuna de le sue basi triangulari per la 5ª del 4º, trova el centro; li quali 8 centri poi congiogneremo uno con l'altro, medianti 12 linee recte. E haveremo lo intento concluso, e cadauno de li angoli solidi del cubo virrà a fermarse in su la basa del dicto octocedron, commo la 4ª del 15º dechiara.

De la inscriptione del tetracedron in l'octocedron. Capitulo XXXVIII.

Se la pyramide triangulare equilatera [48r.] cioè tetracedron, nell'octocedron vorremo formare, prima in quello secondo che di sopra in la precedente s'è detto, faremo el cubo e poi nel dicto cubo si farà el ditto tetracedron al modo dicto. E così haremo similmente nel dato octocedron, conlocato el detto tetracedron commo dici la 5ª del 15º.

De la formatione del duodecedron nello icocedron. Capitulo XXXVIIII.

Lo icocedron, commo s'è detto, ha 12 anguli solidi cadauno contenuto da' 5 anguli superficiali de li 5 suoi trianguli. E però, a volere in epso fare el duodecedron, conviense prima, secondo havemo in questo insegnato, fare dicto icocedron. E quando così debitamente sia disposto, de cadauna sua basa triangulare se trovi el centro per la 5ª del 4°; e quelli poi continuaremo per 30 linee recte, tutti fra loro in modo che si formerano de necessità 12 pentagoni, ognuno opposito ad un angolo solido del dicto icocedron. E ognuno de li lati de' dicti pentagoni fia opposito, in croci, a cadauno de li lati del dicto icocedron; e sì commo nel dicto icocedron sonno 12 anguli solidi, così nel duode[48v.]cedron sonno 12 pentagoni; e sì comme in epso sonno 20 basi triangole, così in dicto duodecedron sonno 20 anguli solidi causati in dicte basi, medianti dicte linee. E sì comme in epso sonno 30 lati, così in lo duodecedron sonno 30 lati a quelli oppositi, in croci commo è dicto, che tutto la forma loro manifesta commo anco la 6ª del 15° conclude.

Della collocatione de lo icocedron nel duodecedron. Capitulo XL.

Quando se vorrà nel duodecedron lo icocedron formare, prima quello fabricaremo secondo el

documento sopra in questo dato, e de li suoi 12 pentagoni che lo contengono, el centro troveremo secondo insegna la 14^a del 4^o; e quelli fra loro con 30 linee congiogneremo in modo che in epso, se causaranno 20 trianguli e 12 angoli solidi ognuno contenuto da' 5 angoli superficiali de' dicti triangoli. De li quali le loro puncte siranno ne li 12 centri de li suoi 12 pentagoni; e simelmente queste sue 30 linee se oppongano in croci a le 30 del duodecedron sì commo quelle a queste fo detto, e anco per la 7^a del dicto 15^o apare.

De la situatione del cubo in lo duodecedron. [49r.] Capitulo XLI.

EL cubo ancora faremo in dicto duodecedron facilmente, ateso che lui se formi in su li 12 lati del cubo, commo in la 17^a del 13^o se contene. Però che, se a cadauno de li suoi 12 pentagoni, secondo la exigentia del dicto, se tiri 12 corde, senza dubio se formeranno 6 superficie quadrangule equilatere e a cadauna de quelle siran oppositi doi angoli solidi de dicto duodecedron, e in 8 suoi siranno formati 8 del cubo inscripto, in modo che in su ciascuna basa del cubo vene a remanere la forma quasi del corpo seratile. Che tutto fia chiaro per la 8^a del 15^o.

De l'octocedron nel duodecedron commo se formi. Capitulo XLII.

SE nel duodecedron prima el cubo se disponga, commo in la precedente s'è dicto, facilmente poi in dicto duodecedron si formarà l'octocedron. Però che noi divideremo li 6 lati oppositi del duodecedron a le 6 superficie del cubo per equali, cioè quelli lati che quasi fanno colmo al seratile, quali aponto sonno 6. E quelli lor 6 ponti medii continuaremo per 12 linee recte, tutti fra loro in modo che virranno a cau[49v.]sare 6 angoli solidi, contenuto ciascuno da 4 anguli superficiali de li 4 triangoli de l'octocedron. E cadauno tocca uno de li dicti 6 lati del duodecedron e per consequente, se manifesta essere el quesito concluso sì commo in la 9ª del 15° se contene.

De la inclusione del tetracedron in dicto duodecedron. Capitulo XLIII.

EL tetracedron ancora, nel medesimo duodecedron se collocarà se prima in lui se formi el cubo, commo s'è dicto, e poi nel dicto cubo se collochi el tetracedron, commo ancora s'è mostro. Le quai cose facte che sienno, chiaro aparerà essere el nostro proposito concluso in questo modo. Cioè, con ciò sia che li angoli solidi del cubo se posino nelli angoli solidi del duodecedron e li angoli solidi del tetracedron

si fermino in quelli del cubo, sequita el dicto tetracedron debitamente al proposto duodecedron essere incluso, che la nostra experientia in li materiali per noi composti e a le mani de Vostra Celsitudine oblati, el fa manifesto con la scientifica demostratione de la 10ª del dicto 15º.

De la fabrica del cubo in lo icocedron. Capitulo XLIIII. [50r.]

FORMASE el cubo nello icocedron se prima in quello se faccia el duodecedron commo denance dicemmo. E poi in epso duodecedron, se facci el cubo al modo dato; le quai cose facte, aparerà lo intento essere expedito per le cose denance dette: però che li anguli solidi del duodecedron tutti cagiano nel centro de le basi de lo icocedron, e li anguli solidi del cubo cagiano in li dicti solidi del duodecedron. E per consequente, lo intento fia expedito, che anco da la 11ª del 15º ci fia dechiarato.

Del modo a formare el tetracedron nello icocedron. Capitulo XLV.

NON è dubio: se in lo ditto icocedron se formi el cubo, commo de sopra insegnammo, e poi in epso cubo se fabrichi el tetracedron, de necessità quello ancora virrà essere inscripto al dicto icocedron. Però che li anguli solidi de la pyramide 4 basi trian-

gulari toccano quelli solidi del cubo e quelli del cubo toccano quelli de lo icocedron, sequita *de primo ad ultimum* quelli del tetracedron toccare parimente quelli de lo icocedron. E per consequente è 'l proposito nostro concluso per la 12ª del 15º. E questo quanto [50v.] a le lor proposte inclusioni, se aspetta.

Perchè dicte inscriptioni non possano essere più. Capitulo XLVI.

ONDE, excelso Duca, per le cose discorse se manifesta che, siando 5 li corpi regulari, se cadauno in cadauno debitamente, commo se prosupone, se potesse formare, sequitarìa che ognuno ne recevesse 4 e per consequente fra tutti verrìano a essere 20 inscriptioni, cioè 4 volte 5. Ma perchè ognuno non receve ognuno commo s'è aducto, non sonno se non 12 inscriptioni. Cioè: una sola de l'octocedron nel tetracedron, e doi nel cubo cioè del tetracedron e de l'octocedron, e doi ancora ne l'octocedron cioè una del cubo e una del tetracedron. E tre sonno quelle de lo icocedron, cioè una del duodecedron e una del cùbo e l'altra del tetracedron; e quatro sonno quelle dello duodecedron, cioè una de lo icocedron, l'altra del cubo, l'altra de l'octocedron e la quarta del tetracedron. Quali fra tutte sonno 12 per numero. Però che in la pyramide 4 basi non sonno lati nè angoli nè superficie in li quali se possino appogiare li angoli de li

3 altri regulari, se non de l'octocedron. ℭ El cubo ancora [51r.] solamente in sè po recevere la pyramide e l'octocedron. E l'octocedron solamente el cubo e la pyramide, e niun de questi non è possibile collocare alcuno de li altri doi, cioè icocedron e duodecedron. E avenga che lo icocedron a li tre dia recepto, solo quello a l'octocedron ha denegato, e questo avene per respecto del glorioso segno che tutti li demonii fa tremare, cioè de la Sancta Croci. El quale le 3 linee, che fra loro se tagliano a squadro protracte da un angolo a l'altro diametralmente, non è luogo in epso che si possino debitamente a la dispositione del dicto octocedron protrahere. Ma el duodecedron, per essere fra gli altri de singulare prerogativa dotato, a niuno ha prohibito over vetato alogiamento, commo de tutti receptaculo. E per questo ancora l'antico Platone insiemi con l'altre aducte, lo atribuì a l'Universo.

Commo in ciascuno de li dicti regulari se formi la sphera. Capitulo XLVII.

De sopra, commo s'è visto excelso Duca, havemo ciascuno de li dicti cinque corpi regulari demostrato essere nella proposta sphera inscriptibile e da quella circumscriptibile. Resta ora convenientemente demostrare [51v.] commo ancora la dicta sphera, in cadauno d'epsi si possa inscrivere. El che qui sequente aduremo con evidente chiarezza: viceversa la sphera

in cadauno di loro poterse inscrivere. La qual cosa così aparerà. Però che dal centro de la sphera, la quale circumscrive cadauno de questi tali corpi, a tutte quante le basi de cadauno d'epsi, eschino over tirinse le perpendiculari, le quali de necessità caderanno dentro li centri de li cerchi quali circunscrivano aponto dicte basi, e con ciò sia che tutti li cerchi, quali aponto circundano dicte basi, sienno equali, siranno queste perpendiculari equali. Onde, se secondo la quantità de una d'epse descriveremo el cerchio sopra el centro de la sphera che li circumscrive, e lo suo semicirculo giraremo atorno fin tanto che torni al luogo donde commenzò a moverse, perchè fia necessario che lui passi per tutte le extremità de tutte le perpendiculari, convenceremo per lo corelario de la 15ª del 3°, la sphera descripta pel moto de questo semicirculo, contingere over aponto toccare, tutte le basi del corpo asegnato nel concorso de le per[52r.]pendiculari; però che la sphera non po più contingere de le basi del corpo che 'l semicirculo toccasse quando se moviva. Onde fia manifesto noi havere inscripto la sphera a l'asegnato corpo, sì commo era proposto fare.

De la forma e dispositione del tetracedron piano, solido over vacuo; e de l'absciso solido piano over vacuo; e de lo elevato, solido overo vacuo. Capitulo XLVIII.

EL tetracedron piano, solido over vacuo, fia formato da 6 linee equali, quali contengano 12 anguli superficiali e 4 solidi; e fanno fra loro 4 basi triangulari equilatere et equiangule.

I

II

Del scapezzo overo absciso.

EL tetracedron scapezzo o vogliam dire absciso, solido piano over vacuo, fia contenuto da 18 linee quali causano 36 anguli superficiali e 12 solidi. E 8 basi lo circundano, de le quali 4 sonno exagone cioè de 6 lati equali e l'altre 4 sonno triangole, similmente equilatere e anco equiangole. Ma de le ditte 18 linee, le 12 sonno commune a le basi triangule e a le exagone, le quali non di meno sonno tutte proprie de quelli exagoni, perchè de ne[52v.]cessità quelli 4 exagoni gionti asiemi con alcuni soi lati, causano quelli 4 triangoli, sì commo la experientia nella sua propria forma materiale a l'ochio nostro rende chiaro. E nasci dal precedente, ne li suoi lati per terzo uniformi tagliati.

III

IIII

[De lo elevato solido.]

EL tetracedron elevato o vogliam dir pontuto, solido over vacuo, ha similmente 18 linee de le quali 6 sonno comune. E ha 36 anguli superficiali e 8 solidi de li quali 4 sonno coni de le pyramidi superficiali e 4 sonno comuni a le 5 pyramidi, cioè a quella inte-

V

VI

riore che l'occhio non po veder ma solo l'intellecto l'aprende, e a le altre 4 exteriori. De le quali 5 pyramidi dicto corpo fia composto quando le sienno fra loro equilatere triangule et equiangule, commo la sua propria forma materiale a noi dimostra. E le sue superficie che lo vestano, quali non propriamente sonno dette basi, in tutto sono 12 per numero, tutte triangule. E de questo non se po per alcun modo asegnare lo elevato absciso, pel defecto de li exagoni che non fano anguli solidi.

De lo exacedron piano, solido over vacuo; absciso, solido over vacuo; elevato pia[53r.]no et elevato absciso. Capitulo XLVIIII.

VII
VIII

Lo exacedron o vogliam dir cubo, piano solido over vacuo, ha 12 linee over lati o coste, e 24 anguli superficiali e 8 solidi e 6 basi overo superficie quali lo contengano, tutte quadrate equilatere e anco equiangule, simile a la forma del diabolico instrumento altramente detto dado over taxillo.

De lo scapezzo o absciso.

VIIII

Lo exacedron scapezzo over absciso piano, similmente solido over vacuo, ha 24 linee quali circa epso causano 48 anguli superficiali, de li quali 24 sonno recti e li altri acuti. E hane 12 solidi e fia contenuto da 14 superficie overo basi, cioè da 6 quadrate e 8

triangule. E tutte le ditte linee sonno commune a le quadrate e a le trigone perchè quelle 6 quadrate gionte asiemi *angulariter*, de necessità causano 8 trianguli sì commo fecero li exagoni nello tetracedron absciso. E nasci dal cubo tagliato uniforme nella mità de ciascun suo lato, commo demonstra a l'occhio la sua propria forma materiale.

X

De lo elevato.

Lo exacedron elevato, solido over vacuo, a sua constitutione de necessità concorra[53v.]no 36 linee, le quali fra loro aplicate, causano 72 anguli superficiali e 6 solidi pyramidali, da 4 superficiali cadauno contenuto. E fia vestito de 24 superficie triangulari, quali propriamente non sonno da dir basi. E de quelle linee, 12 ne son comune a tutti quelli trianguli superficiali che lo contengano e circundano. E fia composto, dicto corpo, de 6 pyramidi laterate quadrilatere extrinseci, quali a l'occhio tutte s'apresentano secondo la situatione del corpo; e ancora del cubo intrinseco sopra el quale dicte piramidi se posano, e solo l'intellecto lo imagina perchè a l'occhio tutto s'asconde per la superpositione a lui de dicte pyramidi. E di quel cubo le sue 6 superficie quadrate sonno basi de dicte 6 pyramidi, che sonno tutte de medesima altezza e sonno ascoste da l'occhio e circundano occultamente dicto cubo.

XI

XII

[De lo absciso elevato solido.]

Lo exacedron absciso elevato, solido over vacuo, ha linee over lati o coste 72. E queste fanno 144 anguli superficiali e de solidi ne fanno 14, tutti pyramidali. De' quali, 6 sonno de pyramidi laterate quadrangole [54r.] e 8 de pyramidi trilatere. E de le dicte linee, 24 ne sonno comune a le pyramidi trigone e tetragone. E ha 48 facce over superficie che lo circundano, tutte triangulari: e questo sì facto corpo se compone de lo exacedron tagliato solido intrinseco, per intellecto solo perceptibile, e de 14 pyramidi commo è dicto. E gettato in piano spatio, sempre se ferma sopra 3 coni pyramidali over ponti, commo la forma demonstra.

XIII
XIIII

De lo octocedron piano, solido overo vacuo; e absciso, solido overo vacuo; e de lo elevato, solido over vacuo. Capitulo L.

L'OCTOCEDRON piano, solido over vacuo, riceve in sè 12 linee e 24 anguli superficiali, e de solidi ne ha 6; e fia contenuto da 8 basi triangulari equilatere e parimente equiangule, commo nella propria sua forma materiale a noi s'apresenta.

XV
XVI

[Del tagliato piano solido.]

L'OCTOCEDRON absciso over tagliato, piano solido over vacuo, ha linee 36 che fanno 72 angu-

li superficiali, cioè 48 sonno de li exagoni e 24 de li quadrati. E contene 24 solidi e ha 14 basi, de le quali 8 sonno exagone cioè de 6 lati, e 6 ne sonno tetragone [54v.] cioè quadrate. Ma de dicte linee, 24 ne sonno comune, cioè a li quadrati e a li exagoni. E quelli tali quadrati se formano da li exagoni quando uniformi tutti 8 se continghino, che di tutto l'occhio ne la forma sua materiale chiaro a l'intellecto la verità fa nota. E de questo ancora, non è possibile se formi el suo elevato che uniforme s'apresenti per lo deffecto similmente de li exagoni, quali, commo del tetracedron absciso fo decto, non è possibile che causino angulo solido. E formase dal precedente, nella terza parte de ciascun suo lato uniforme tagliato.

XVII

XVIII

[De lo elevato solido overo vacuo.]

L'OCTOCEDRON elevato, solido over vacuo, ha 36 linee de equal longhezza, e ha 72 anguli superficiali e 8 solidi pyramidali. E fia contenuto da 24 superficie, [tutte] trigone equilatere et equiangule, le quali aponto el circundano. Ma de quelle linee, 12 ne sonno comune a tutti li trianguli de le pyramidi. E questo tal corpo è composto de 8 pyramidi laterate triangule, equilatere et equiangule de medesima altezza, quali tutte de fore aparano, e ancora de l'octocedron intrinseco per sola imaginatione da l'in[55r.] tellecto perceptibile, del quale octocedron le basi son-

XVIIII

XX

no basi de le dicte 8 pyramidi, commo la forma sua materiale a noi fa manifesto.

De lo icocedron piano, solido over vacuo; e de lo absciso, solido over vacuo; e de lo elevato, solido over vacuo. Capitulo LI.

Lo icocedron piano, solido over vacuo, contene 30 linee over lati, tutte fra loro equali, e queste in lui causano 60 anguli superficiali e 12 solidi; e anco formano in epso 20 basi tutte triangulari equilatere et equiangule. E ciascuno de' dicti anguli solidi son facti over contenuti, da 5 angoli superficiali de dicte basi triangule, che la sua figura similmente materiale lo demostra.

XXI
XXII

[De lo absciso piano solido.]

Lo icocedron absciso piano over solido, ha 90 lati over linee, e si ha 180 anguli superficiali, de li quali 120 sonno de li trianguli a la sua compositione concurrenti, e 60 sonno de li pentagoni che pur a quella convengano, quali tutti sonno equilateri. E queste linee formano intorno dicto corpo, 32 basi de le quali 20 sonno exagone, cioè de 6 lati equali, e 12 ne son pentagone, cioè de 5 lati equali. [55v.] E cadaune in suo grado, sonno fra loro equilatere e anco equiangule, cioè che tutti li exagoni fra loro sonno de angoli equali e così li pentagoni fra loro sonno de angoli equali. Ma li lati tutti, sì de' pentagoni commo

XXIII
XXIIII

de li exagoni, tutti fra loro sonno equali. Solo in li angoli sonno differenti li pentagoni e li exagoni. E questo sì facto corpo nasci dal precedente regulare, quando ciascun suo lato ne la sua terza parte uniforme se taglino. E di tal tagli se causano 20 exagoni e 12 pentagoni commo è dicto, e [30] anguli corporei over solidi. Ma de le dicte linee, 60 ne son comune a li exagoni e pentagoni perchè de li 20 exagoni insiemi uniformamente gionti, de necessità causano 12 pentagoni. E de questo ancora non se po dare lo elevato per lo defecto del dicto exagono, commo nel tetracedron absciso e de l'octocedron absciso di sopra dicto habiamo.

Del solido elevato.

Lo icocedron elevato, solido over vacuo, in sè ha 90 linee e ha 180 anguli superficiali e 20 solidi pyramidali; e ha 60 basi over superficie, che lo circundano tutte [56r.] triangulari equilatere e anco equiangole. Ma de le 90 linee, 30 ne sonno commune a cadauna de le superficie de le suoi 20 pyramidi. E fia composto, dicto corpo, de 20 pyramidi laterate triangulare equilatere et equiangule de equale altezza, e de lo icocedron integro interiore per sola imaginatione da l'intellecto perceptibile; e le sue basi sonno basi simelmente de dicte 20 pyramidi, che tutto ancora la propria forma sua materiale fa aperto.

XXV
XXVI

Del duodecedron plano, solido over vacuo; e de lo absciso, solido over vacuo; e de lo elevato, solido over vacuo e de lo absciso elevato, solido over vacuo; e sua origine over dependentia. Capitulo LII.

XXVII
XXVIII

El duodecedron piano, solido over vacuo, ha 30 linee equali over lati, quali in lui causano 60 anguli superficiali. E ha 20 anguli solidi e ha 12 basi over superficie, che lo contengano, e queste sonno tutte pentagone de lati e anguli fra loro tutti equali, commo appare in sua forma.

De lo absciso over scapezzo.

XXIX
XXX

El duodecedron scapezzo over absciso, piano, solido over vacuo, ha 60 linee [56v.] tutte de equal longhezza, e ha 120 anguli superficiali e hane 30 solidi. Ma de li 120 superficiali, 60 sonno de' trianguli e 60 sonno de' pentagoni, e quelli trianguli de necessità se causano da' dicti pentagoni se angularmente fra loro se congionghino: commo in la causatione de quelli del tetracedron e octocedron abscisi fo decto, quali da exagoni e quadrangoli e trianguli se formavano, e così in quelli de lo icocedron absciso, da exagoni e pentagoni, commo la figura material demostra. ℂ E cadauno de' dicti anguli solidi fia facto e contenuto da 4 anguli superficiali, de li quali doi sonno de' trianguli e doi sonno de pentagono concurrenti

ad uno medesimo ponto. E tutte le sue linee over lati, sonno comune a li triangoli e a li pentagoni perchè l'uni e gli altri insiemi debitamente aplicati, l'uno è causa de l'altro, cioè li trianguli de li pentagoni e li pentagoni de li triangoli. E sì comme li 12 pentagoni equilateri angularmente congionti, formano in dicto corpo 20 trianguli, così ancora possiam dire che 20 trianguli equilateri, angularmente fra lor congionti, cau[57r.]sino 12 pentagoni similmente equilateri. E per questo appare: tutte dicte linee fra loro esser comune, commo è dicto. E le superficie che questo circundano sonno 32, de le qual, 12 sonno pentagone equilatere et equiangule e 20 sonno triangole pure equilatere et equiangule, tutte fra loro commo habiam detto, reciprocamente causate. E in sua material forma apare; e questo deriva dal precedente in la mità de ciascun suo lato uniforme tagliato.

[De lo elevato solido.]

El duodecedron elevato, solido over vacuo, ha 90 linee e 180 anguli superficiali, e de solidi 12 elevati pyramidali pentagonali; e hane ancora 20 basi pur corporei exagoni. E ha 60 superficie tutte triangule equilatere et equiangule. Ma de dicte 90 linee, 12 sonno commune a le 12 basi de le piramidi pentagone, de le quali le basi simelmente, conven sienno pentagone. E sonno le base del duodecedron regulare in-

XXXI
XXXII

trinseco che a la sua compositione concorre, qual l'intellecto per sola imaginatione comprehende. E queste 30 linee comune solo concorrano a la causatione de [57v.] li 20 anguli solidi depressi quali, commo è dicto, sonno exagonali, cioè che a loro formatione concorrano 6 linee. E formase, dicto corpo, dal duodecedron regulare intrinseco predicto e da 12 pyramidi laterate pentagone equilatere et equiangule e de altezza equale; e le lor basi sonno le medesime basi de lo intrinseco, *ut supra*.

Del scapezzo elevato.

XXXIII
XXXIIII

EL duodecedron absciso elevato, solido over vacuo, ha lati overo linee numero 180, de le quali 60 sonno elevate a la causatione de le pyramidi pentagone e 60 sonno elevate a la constitutione de le pyramidi triangule; l'altre 60 sonno base lati de cadauna de dicte piramidi, cioè de le pentagone e de triangule. E questo sì facto corpo se compone del duodecedron tagliato piano intrinseco, per sola imaginatione a l'intellecto offerto, e de 32 piramidi, de le quali 12 sonno pentagonali de altezza fra loro equali, e l'altre 20 son triangule pur de altezza fra loro equale. E le basi de queste pyramidi sonno le superficie del dicto duodecedron troncato, referendo [58r.] ognuna a le suoi, cioè le trigone a le pyramidi triangule e le pentagonali a le pyramidi pentagone. E cascando in piano,

questo sempre si ferma in 6 ponte over coni pyramidali; de li quali coni uno fia de pyramide pentagona e li altri 5 sonno de le pyramidi triangule. ℭ La qual cosa, in aiere suspeso, pare a l'occhio absurda che simil ponte sienno a un paro; e questo tale, excelso Duca, è de grandissima abstractione e de profonda scientia che chi intende, so, non me lassarà mentire. E a la sua dimensione se pervene con subtilissima pratica maxime de algebra et almucabala a rari nota, e da noi nella nostra opera, ben demonstra con vie facilmente a poterla aprehendere. E similmente quella de lo icocedron tagliato, nel qual exagoni e pentagoni se interpongano, che tutte le misure aspre fanno.

Del corpo [de] 26 basi e sua origine, piano solido over vacuo; e de lo elevato, solido over vacuo. Capitulo LIII.

Un altro corpo, excelso Duca, da li già ditti assai dissimile se trova detto de 26 basi, da principio e origine ligiadrissimo deri[58v.]vante. De le quali, 18 sonno quadrate equilatere e rectangule, e le 8 sonno triangule equilatere similmente et equiangule. E questo tale ha 48 lati overo linee e ha 96 anguli superficiali, de li quali 72 sonno tutti recti e sonno quelli de le sue 18 basi quadrate, e 24 sonno acuti e sonno quelli de li suoi 8 trianguli equilateri. E questi 96 fra loro concorreno a la compositione in epso de 24 an-

XXXV
XXXVI

guli solidi, de li quali ciascuno consta de uno angulo superficiale del triangulo e de 3 anguli recti de 3 quadrati. ℂ E de le 48 sue linee, 24 sonno comune a li trigoni e a li quadrati però che de quelli 18 quadrati, asiemi secondo la debita oportunità agionti, de necessità ne resultano quelli 8 trianguli formati sì commo che degli altri abscisi, de sopra s'è detto. E l'origine de questo fia da lo exacedron uniforme secondo ogni suoi parti tagliato, commo similmente a l'occhio la sua material forma ci demostra. E fia la sua scientia in molte considerationi utilissima a chi bene la sa accomodare, maxime in architectura. E questo a no[59r.]titia de suo solido piano e vacuo.

[Del solido over vacuo elevato.]

El 26 basi solido over vacuo, elevato, receve in sè a sua formatione 144 linee, le quali fra loro secondo la oportuna exigentia aplicate, in epso causano 288 anguli superficiali e 26 solidi elevati pyramidali, de li quali 18 sonno contenuti da 4 anguli acuti superficiali, cioè cadaun di loro, e 8 sonno contenti da 3 acuti. E fia composto dicto corpo, de 26 pyramidi laterate, de le quali 18 sonno quadrangule e 8 triangule, quali tutte di fore intorno se possano da l'occhio discernere, e del precedente 26 basi, solido piano intrinseco, per imaginatione solamente compreheso. E le sue 26 basi sonno parimente basi de le predicte 26

XXXVII
XXXVIII

pyramidi, cioè le 18 quadrangule [de le 18 pyramidi laterate quadrangule] e le 8 triangule de le 8 pyramidi triangulari. E in qualunche modo questo se getti in spatio piano, sempre in su 'n 3 ponti over coni pyramidali, si ferma. Che la experientia del suo materiale ancora a l'occhio satisfarà.

Del corpo de 72 basi piano solido e vacuo. Capitulo LIIII.

FRA questi condecentemente, excelso Duca, [59v.] fia da collocare el corpo detto de le 72 basi, del quale el nostro megarense philosopho nella 14ª del suo 12°, a pieno descrive. Questo, ben che habia sue basi piane laterate e angulari e diformi, non è da dire che d'alcuno de li regulari habia dependentia nè derivatione, ma solo si forma e crea, secondo che in dicto luogo el nostro philosopho demonstra, mediante la figura duodecagona, cioè de 12 lati equali. E de le suoi basi predicte, 48 sonno quadrangule inequilatere e inequiangule, e solo hano li doi lati oppositi protracti verso l'uno e l'altro polo o vogliam dir cono, equali fra loro; e le altre suoi 24 basi sonno triangulari inequilatere simelmente. E di queste, 12 ne stanno atorno l'un di coni e 12 da l'altro, e cadauna d'epse ha doi lati equali, cioè quelli che tendano al ponto del polo inferiore e superiore. ℭ De questo ancora, se porrà sempre formare el suo elevato commo negli altri s'è

XXXIX
XL

facto, ma per la difformità de le suoi basi serà difficile sua scientia, quantunca a l'occhio rendesse non mediocre vaghezza. E causarìense in epso 72 pyramidi [60r.] secondo el numero de le suoi 72 basi, de le quali pyramidi le base serìenno le medesime di quello e lui dentro imaginato. La forma del quale elevato non curai fra queste materialmente dedure per lassar la parte sua ancora a lectore, del cui ingegno non mi diffido. E questo 72 basi molto dagli architecti fia frequentato in loro dispositioni de edeficii, per esser forma assai accomodata maxime dove occoresse fare tribune o altre volte, o vogliamo dire cieli. E avenga che non sempre aponto, se prendino in detti edificii tante facce, pure a quella similitudine se regano, squartandolo, sterzandolo in tutti modi secondo el luogo e sito dove tal edificio intendan porre. A la cui convenientia assaissimi in diversi parti se trovano disposti e fabricati, commo de lo inextimabile antico templo Pantheon, e' oggi da christiani nel capo del mondo la Rotonda chiamato, fia manifesto. El qual con tanta solerta industria e de proportioni observantia fo disposto, che 'l lume de un solo ochietto nel suo fastigio aperto, relicto tutto el rende splendido e luminoso. ℂ Lascio de [60v.] molte altre famose e inclite cità commo Fiorentia, Vinegia, Padua, Napoli e Bologna in le quali assai edeficii sì sacri commo prophani o piccoli o grandi che sienno, al spechio de questo

sonno facti. Ancora qui nel suo Milano, nel degno sacello de San Scetro l'ornata capella fia una parte de questo spaccata e con reservatione de alquanto convexo al muro aplicata, e in ciascuna sua basa giontovi un rosone che adorna la rende. E in lo devoto e sacratissimo vostro templo de le Gratie la sua tribuna al primo altare, e laterali, già non è se non una parte a simil de questo, pur in suoi basi a più vaghezza, giontovi quelli. ℂ E ben che molti fabrichino e tirino le forme a lor arbitrio, non havendo più de Vitruvio che d'altro architecto notitia, non di meno l'arte usano ben che nol sapino: sì commo de li rozzi rustici dici Aristotile che "Solegizant et nesciunt se solegizare" così questi tali "Utuntur arte et nesciunt se uti". Ancora el sarto e calzolaro usano la geometria e non sanno che cosa sia. El sì murari legnaoli fabri e ogni artefici usano la mesura e la proportione e non la sanno, [61r.] però che commo altre volte è detto, tutto consiste nel numero peso e mesura. ℂ Ma che diremo de li moderni edificii, in suo genere ordinati e disposti con varii e diversi modelli quali a l'ochio par che alquanto rendino vaghezza per lor esser piccoli, e poi nelle fabriche non regano el peso e non che a mill'anni arivino: 'nanci al terzo ruinano? E per el lor mal essere, intesi in refare più che in fare, fanno spendere; chiamandose architecti, e mai non videro le coperte in ciò de l'excellentissimo volume del no-

stro dignissimo architecto e gran mathematico Vitruvio, quale compose "De Architectura" con supremi documenti a ogni structura. E chi da quel se divia, sappa in aqua e fonda in rena, più presto guasta l'arte: chè architecti nominati e' non sanno la differentia dal ponto a la linea commo saperanno quella degli angoli, senza la quale non è possibile bene edeficare. Che 'l manifesta, commo dici el prefato Vitruvio, el gran iubilo e summa letitia che have Pitagora quando con certa scientia, hebbe trovato la vera proportione de le doi linee recte che contengano [61v.] l'angolo recto de la squadra, per la qual cosa a li dei facendo gran sacrificio e festa inmolò cento boi. E quest'angulo è de tanta excellentia che mai se po variare, e per altro nome li perfecti geometrici el chiamano "Angulum iustitiae" però che senza sua notitia non è possibile cognoscere ben da male in alcuna nostra operatione, nè mai senza epso se po dar mesura certa per alcun modo. Onde li moderni ciabatieri in loro edificii non li par far nulla se for de la recta e debita antica norma, non v'interpongano alcuna inconvenientia de lor sciochezze, biasmando quelli — chè pur alcuni se ne trovano — che la vano reducendo al vero e antico modo. E'sonno quelli che se delectano de le nostre discipline mathematici, inmittando la vera guida de tutti edificii nell'opere del predicto Vitruvio. Dal qual deviando se vede commo stanno nostri edificii sì divini

commo prophani: chi è torto e chi bistorto. E però convenientissimo fia el motto e suo effecto de Vostra Celsitudine, de l'acetta che tutto el torto intappe. ℭ E' continuando el già incepto, el suo Mi[62r.]lano non [a] menor vaghezza che sia Fiorenza, in breve redurrà da la sua abominevole e inepta impressione removendo loro auctori. Perchè invero meglio quella dormendo, che lor con mill'ochi veghiando quelli intende, commo el simile demonstrò el suo stretto affine Illustrissimo Duca de Urbino nell'admiranda fabrica del suo degno prealegato pallazzo. E questo con suportatione de quelli che a male havessero quel che fin qua a lor documento s'è detto; e al dicto corpo sia al proposito sufficiente.

Del muodo a saperne oltra li dicti più formare e commo loro forme in infinito procedano. Capitulo LV.

NON me pare, excelso Duca, in dicti corpi più extenderme, con ciò sia che 'l lor processo tenda in infinito per la continua e successiva abscisione de mano in mano de li suoi angoli solidi e secondo quella, lor varie forme se vengano a multiplicare. E questo da sè, siandoli la via per li già dicti aperta, porrà sequirli perchè sempre fia dicto "Quod facile est inventis addere" non è difficile l'aroger a le cose trovate: e però più e manco [62v.] levando e giognendo a le predette, sirà facile a ogni proposito. E questo solo

habiamo finor sequito per mostrare commo da quelli cinque regulari, la virtù sempre negli altri dependenti se distilla a similitudine de li cinque semplici che a la formatione de ogni creato composto concorrano. Per la qual cosa — commo de sopra fo acennato — Platone fo constrecto le prelibate cinque forme regulari a li cinque corpi semplici atribuire, cioè a la terra, aiere, aqua, fuoco e cielo commo diffusamente apare nel suo "Timeo" dove de la natura de l'universo trattò.
¶ E a lo elemento de la terra atribuì la forma cubica cioè quella de lo exacedron, con ciò sia che al moto niuna figura habia bisogno de magior violenza. E infra tutti li elementi che si trova più fixa constante e ferma che la terra? E quella del tetracedron la dette a lo elemento del fuoco però che volando in su causa la forma pyramidale, che 'l simile el nostro fuoco a l'occhio ci 'l fa aperto, però che noi vediamo quello al piano e in basso, largo e uniforme sempre in su degradare in modo che sua fiamma la cima in un ponto [63 r.] termina, sì commo fa el cono de ogni pyramide. La forma de l'octocedron l'atribuì a l'aere però che sì commo l'aiere a un picol movimento sequita el fuoco, così la forma pyramidale sequita per la habilità al moto, la forma de la pyramide. E la figura del 20 basi, cioè de lo icocedron, la deputò a l'aqua però che con ciò sia che la sia circundata de più basi che alcuna de l'altre, li parse che la convenisse in la sphera

più presto al moto de la cosa che spargendo scende, che de quella che ascende. E la forma del 12 basi pentagone atribuì al cielo, sì commo a quello che è receptaculo de tutte le cose: questo duodecedron el simile fia receptaculo e albergo de tutti li altri 4 corpi regulari, commo apare in le loro inscriptioni uno in l'altro. E ancora, commo dici Alcinovo sopra el "Timeo" de Platone: perchè, sì commo nel cielo sonno 12 segni nel suo zodiaco e ognuno de quelli in 30 equal parti se divide che tutta la sua annuale revolutione fia 360, così questo duodecedron ha in sè 12 basi pentagone, de le quali ognuna in 5 triangoli resoluta fermando el ponto in mezzo, [63 v.] e ognuno de' dicti triangoli in 6 scaleni, che in tutte basi son 30 triangoli per una, che fra tutte son 360, commo dicto zodiaco. ℂ E queste tali forme da Calcidio celeberrimo philosopho, exponendo el dicto "Timeo", molto sonno commendate, e così da Macrobio, Apuleio e moltissimi altri, perchè invero sonno de ogni commendatione degni per le ragioni che in loro fabriche se aducano, mostrando la sufficientia de dicte cinque forme sì commo quella de li cinque corpi semplici, non poter per alcun modo esser più; e sì commo el numero de' dicti semplici non si po in natura acrescere, così queste cinque regulari non è possibile asegnarne più che de basi, de lati e de anguli sienno equali e che in sphera collocati, toccando un angolo

tutti tochino. Perchè, se in natura se potesse un sexto corpo semplici asegnare, el Summo Opefici verrebe a esser stato in le sue cose diminuto e senza prudenza da giudicarlo, non havendo *a principio* tutto el bisogno oportuno a lei cognosciuto. E per questo certamente e non per altro mosso, [64r.] comprehendo Platone queste tali commo è dicto, a ciascuno de li dicti semplici atribuisse così argumentando, cioè commo buonissimo geometra e profondissimo mathematico. Vedendo le cinque varie forme de questi non poter per alcun modo alcun'altra che al sperico tenda, de lati basi e angoli commo è dicto equali imaginarse nè formare, commo in la penultima del 13° se mostra e per noi a l'oportuno s'induci, non inmeritamente arguì le dicte advenire a li cinque semplici e da quelle ogn'altra forma dependere. E avenga che questi cinque sienno soli chiamati regulari, non però se exclude la sphera che non sia sopra tutti regularissima e ogn'altro da quella derivarse, commo da la causa de le cause più sublime. E in lei non è varietà alcuna ma uniformità per tutto, e in ogni luogo ha suo principio e fine e dextro e sinistro. La cui forma onde se causi, qui sequente ponendo fine a' dicti dependenti lo diremo, e successivamente de tutti gli altri corpi oblonghi, cioè che più longhi che larghi sonno.

Del corpo spherico la sua formatione. Capitulo LVI.

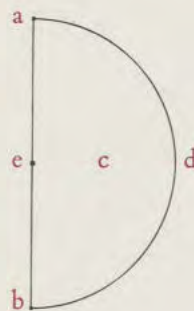
[64v.]

La sphera per molti è stata diffinita che cosa la sia, maxime da Dionisio degno mathematico. Pure el nostro auctore con summa brevità in lo suo 11° la descrive, e quella tal descriptione da tutti posteriori se aduci, dove lui dici così: el vestigio del mezzo cerchio fa la sphera.

XLI

Sphera fia quel che contene el vestigio de l'arco de la circumferentia del mezzo circhio. Ogni volta e in qualunche modo se prenda el semicirculo, fermando la linea del diametro, se volti atorno el dicto arco fin tanto che retorni al luogo donde se comenzò a movere: cioè facto el semicirculo sopra qual voi linea, fermando quella, el dicto semicirculo se meni atorno con tutta sua revolutione. Quel tal corpo che così fia descripto, se chiama sphera, del quale el centro fia el centro del dicto semicirculo così circumducto.

Demostratione de dicta diffinitione.

Commo sia el semicirculo .c. facto sopra la linea .ab., facto centro el ponto .e., e tutto l'arco suo sia la parte de la circumferentia .adb. Dico che fermando la dicta linea .ab., qual fia diametro de dicto semicirculo, e quello [65r.] sopra lei circumducendo

comenzando dal ponto .d., andando verso la parte inferiore e tornando verso la superiore con suo arco al dicto ponto .d. onde prima se mosse, over per lo opposito, andando verso la superiore e tornando verso la inferiore pur con l'arco al dicto ponto .d., quel tal rotondo facto da dicto semicirculo in sua revolutione, fia dicto corpo spherico e sphera, imaginando commo se deve che dicto semicirculo, *gratia exempli*, sia un mezzo taglieri materiale; chè *aliter* non formarìa corpo però che solo l'arco circumducto non fa vestigio siando linea senza ampieza e profondità. E questo a sua notitia e causatione sia detto.

Commo in la sphera se collochino tutti li cinque corpi regulari. Capitulo LVII.

E IN questa sphera, excelso Duca, se imaginano tutti li 5 corpi regulari in questo modo. Prima del tetracedron: se sopra la sua superficie cioè la sua spoglia over veste, se segnino over imaginano 4 ponti equidistanti per ogni verso l'uno da l'altro e quelli per 6 linee recte se congionghino, le quali de necessità passaranno dentro da la sphera, sirà formato aponto [65v.] el corpo predetto in epsa. E chi tirasse el taglio per imaginatione con una superficie piana per ogni verso, secondo dicte linee recte protracte, remarebe nudo aponto dicto tetracedron. Commo — a ciò per questo gli altri meglio se aprendino — se la dicta

sphera fosse una pietra de bombarda, e sopra lei fossero dicti 4 ponti con equidistantia segnati: se uno lapicida over scarpelino, con suoi ferri la stempiasse over sfaciasse lasciando li ditti 4 ponti, aponto de tutta dicta petra harebe facto el tetracedron. ℂ Similmente se in dicta superficie spherica se segni 4 ponti equidistanti fra loro l'un da l'altro e l'altro da l'uno, e quelli con 12 linee recte se congionghino, sirà per imaginatione in dicta sphera collocato el secondo corpo regulare decto exacedron overo cubo, cioè la figura del diabolico instrumento dicto taxillo. Li quali ponti similmente segnati in una preta de bombarda a modo dicto, e quelli continuati per un lapicida a modo che di sopra, harà reduta ditta ballota a forma cubica. E se in dicta superficie se notino 6 ponti, pur secondo ogni [66r.] loro equidistantia commo s'è dicto chi quelli continuarà o vogliam dir congiongnerà con 12 linee recte, sirà aponto in dicta sphera facto el terzo corpo regulare detto octocedron. Che 'l simile facto in su una detta pietra, el lapicida d'una ballota harà facto el corpo de 8 basi triangulari. E così se 'l si segnino 12 ponti, quelli continuati per 30 linee recte, harà *similiter* in dicta sphera el quarto corpo detto icocedron collocato. El simile el lapicida harà redocta la pietra al corpo de 20 basi triangulari. E se 20 ponti se notino a modo dicto, continuandoli pure con 30 linee recte, sirà formato in dicta sphera el quinto e

nobilissimo corpo regulare detto duodecedron, cioè corpo de 12 basi pentagonali. E così el lapicida de dicta ballota harebbe facto la medesima forma. Onde con simili imaginationi tutti seranno in la sphera collocati in modo che le lor ponti angulari siranno in la superficie spherica situati, e toccando uno de li loro angoli in la sphera subito tutti toccano; e non è possibile per alcun modo, che uno tocchi senza l'altro quando dicto corpo in sphera sia collocato. ℭ E per questa [66v.] scientia infallibile porrà Vostra Celsitudine a le volte, commo noi habiamo usato, con dicti lapicidi havere solazzo, in questo modo arguendo loro ignoranza: ordinandoli che de queste simil pietre ne facino qualche forma de lati facce e anguli equali e che niuna sia simile a le cinque de li regulari; *verbi gratia*, obligandoli a fare un capitello o basa o cimasa a qualche colonna che sia de 4 o de 6 facce equali a modo dicto, e che quella de le 4 non sienno triangule overo quelle de le 6 non sienno quadrate. E così de 8 e 20 facce e niuna sia triangula, over de 12 e niuna sia pentagona, le quali cose tutte sonno impossibile. Ma loro commo temerarii millantatori diran de far *roma e toma*, *maria et montes*, chè molti se ne trovano che non sano nè curan de imparare contra el documento morale che dici: "Ne pudeat quae nescieris te velle doceri". El simile, quel carpentieri domandato che farebe non si trovando pialla, respose farne una con un'altra. E l'altro

marangone disse la sua squadra essere troppo grande per giustare una piccola, prosuponendo gli angoli recti fra loro variarse. E quello che postoli [67r.] doi verghette equali in forma de *tau*, cioè così T, innance agli occhi suoi ora una ora l'altra più longa giudicava. E altri assai simili capassoni. ℂ Con uno de questi tali, al tempo de la fabrica del pallazzo de la bona memoria del conte Girolimo in Roma, in sua presenza confabulando, commo acade discorrendo la fabrica siandovi molti degni in sua comitiva de diverse facultà, fra gli altri a quel tempo nominato pictore Melozzo da Frullì, per dar piacere a la speculatione exhortano Melozzo e io, el conte che facesse far un certo capitello in una de queste forme, non chiarendo noi col conte la difficultà, ma solo che serìa degna cosa. E a questo asentendo, el conte chiamò a sè el maestro e disselile se lui lo sapesse fare. E quel rispose questo esser piccola facenda e che n'havìa fatte più volte, di che el conte dubitò non fosse cosa degna commo li commendavamo. Noi pur affermando el medesimo, giongnendovi apertamente che non lo farebbe per la impossibilità sopra aducta, e' rechiamando a sè dicto lapicida — che a quel tempo anco èra denominati — lo redomandò [67v.] se lo facesse. Alhora quasi sbeffando surise, *breviter* al sì e al non sempre fia pronto lo impegnare. El conte li disse: "Se tu nol fai che vo' tu perdere?" E quello acorto respose non male: "Si-

gnore, quel tanto più che a Vostra Illustrissima Signoria pare de quel ch'io posso guadagnare". E rimasero contenti. Asegnatoli termene 20 dì e lui chiedendo 4, accade che guastò molti marmi e feci un .o. per abaco. *Finaliter* el conte non l'obligò se non al danno de le pietre. E' rimase scornato ma non cessò mai che volse sapere l'origine de la proposta. E seppe essere el frate, in modo che non poco rancore da poi me portò, e trovandome dixe: "Messer, Messer, io non vi perdono de l'ingiuria facta se non me insegnate el muodo a farla". E io me li offersi quanto valevo e per più giorni, soprastando in Roma, non li fui vilano e aprìeli de queste e d'altre cose a lui pertinenti; e quel cortese volse che una degna cappa a suo nome me ne portasse. Così dico che a le volte simili, a Vostra Celsitudine, sonno cagione fare accorti altri de' loro errore e non con tante millantarie venirli al lor conspecto, quasi ogn'altro spregiando. ℂ Così [68 r.] già feci Hierone con Simonide poeta, commo recita Cicerone in quel "De Natura Deorum". El qual Simonide temerariamente se obligò in termene de uno die de spatio, saperli dire apONTO che cosa era Dio, e diciva non esser quella difficultà ch'altri dici a saperlo. Al qual, Hierone, finito el dicto termene, domandò se l'havesse trovato; quel disse ancora non, e che li concedesse alquanto più spatio. Doppo el quale similmente li adivenne e *breviter*, più termini interposti, quel confessò manco in-

tenderne che prima, e rimase confuso con sua temerità. ₡ E questo quanto in la sphera a loro locatione.

De li corpi oblonghi, cioè più longhi over alti che larghi. Capitulo LVIII.

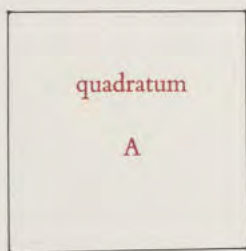
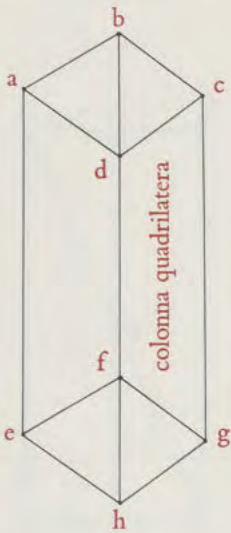
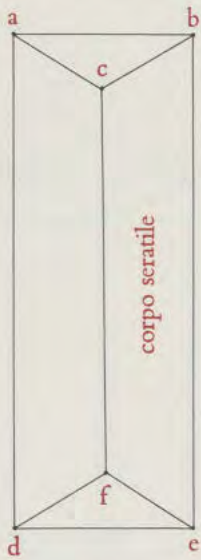
SEQUITA, excelso Duca, a piena notitia de questo nostro tractato, doverse de li corpi oblonghi, cioè de quelli che sono più longhi overo alti che larghi, sì commo sono colonne e loro pyramidi, alcuna cosa dire a lor notitia. De le quali più sorte de l'une e l'altre se trovano, e però prima diremo de le colonne e suoi origine, poscia de le loro pyramidi. ₡ Le colonne sonno de doi facte, cioè rotonde e laterate. [68v.] Sì commo le figure piane, altre sonno curvilinee e sonno quelle che da linee curve over torte, sono contenute, e altre sonno dette rectilinee e sonno quelle che da linee recte sono contente. La colonna rotonda è un corpo contenuto fra doi basi circulari equali, e sonno fra loro equidistanti. La quale dal nostro philosopho ne l'11° così fia diffinita, cioè: la figura rotonda corporea, de la qual le basi sonno doi cerchi piani in le extremità e crassitudine, cioè altezza, equali, fia el vestigio del paralelogrammo rectangolo fermato el lato che contene l'angol recto e la ditta superficie circumducta fin tanto che la torni al luogo suo. E chiamase questa figura colonna rotonda. Onde de la colonna rotonda e de la sphera e del

XLII

cerchio, fia un medesimo centro. ℭ *Verbi gratia*, sia el paralelogrammo .abcd. cioè superficie quadrangola de lati equidistanti [e de anguli recti]. E fermise el lato .ab., el quale così fermato tutto el paralelogrammo se meni atorno fin tanto che retorni al suo luogo onde comenzò a moverse. La figura adonca corporea dal moto de questo paralelogrammo [69r.] descripta, se chiama colonna rotonda de la quale le basi sonno doi cerchi. E lo centro fia el ponto .b., e l'altro è quello che fa la linea .da. nel suo moto over girare, e lo suo centro fia el ponto .a. E l'axe de questa colonna è dicta la linea .ab., la qual sta ferma nel movimento del paralelogrammo. E se noi imagineremo el paralelogrammo .abcd., quando el pervenga col suo girare al sito .abef. che si congionga al sito donde comenzò a moverse, secondo la continuatione de la superficie piana, cioè che tutto sia un paralelogrammo .dcef., e che habiamo menato in epso el diametro .de., el qual diametro ancora .de. sirà diametro de la colonna. ℭ Quello che se dici de la colonna e de la sphera e del cerchio essere un medesimo centro, se deve intender quando de questi sia un medesimo diametro. *Verbi gratia*, havemo ditto che .de. fia diametro de questa colonna, adonca la sphera e lo cerchio, de li quali el diametro è la linea .de., fia necessario che habino un medesimo centro con lo centro de la proposta colonna. Sia adonca che la linea

.de. divida la linea .ab. nel [69v.] ponto .g., e sirà .g. centro de la colonna però che 'l divide l'axe de la colonna per equali e ancora el diametro de la colonna per equali; che se prova per la 26ª del 1°, perchè li angoli che sonno al .g. sonno equali per la 15ª del 1°, e li angoli che sonno al .a. e al .b. sonno recti per la ypothesi. E la linea .ad. fia ancora equale a la linea .be.; onde .dg. fia equale al .eg. e così .ag. equale al .gb. E con ciò sia che li anguli .c. et .f. sienno recti, se sopra al ponto .g., secondo el spatio .dg., e ancora sopra la linea .de. se faccia un cerchio, epso passarà, per la conversa de la prima parte de la 30ª del 3°, per li ponti .c. et .f. Onde el ponto .g. fia centro del cerchio del quale el diametro è diametro de la colonna, e però ancora è de la sphera, e per questo se manifesta che a ogni paralelogrammo rectangolo el cerchio, e a ogni colonna la sphera, se po circumscrivere. E così fia chiaro quello che ha voluto proponere a noi questo theoreuma del nostro philosopho in dicta diffinitione de la colonna rotonda, de la quale fin qua sia sufficiente. E se[70r.]quendo diremo de le laterate commo fo premesso.

De le colonne laterate e prima de le trilatere. Capitulo LVIIII.

L'ALTRA spetie over sorte de colonne sonno decte laterate. De le quali la prima è triangula: de la

quale le sue basi, cioè suprema e inferiore, sonno doi trianguli equidistanti fra loro secondo l'altezza de la colonna, commo la qui figurata, de la quale la basa suprema fia el triangolo .abc. e la inferiore el triangolo .def. E questa simil figura dici el nostro auctore, esser dicta corpo seratile e fia simile al colmo de un tecto de una casa che habia 4 facce over pareti, che solo da doi canti el suo tecto piova, commo l'ochio demostra. E possono essere le basi equilatere [e non equilatere]. E de simil colonne le 3 facce sonno sempre paralelogramme, cioè de 4 lati e rectangole, sì che dicto corpo seratile fia contenuto da 5 superficie, de le quali tre sonno quadrangule e le doi sonno triangule.

XLIII
XLIIII

De le colonne laterate quadrilatere. Capitulo LX.

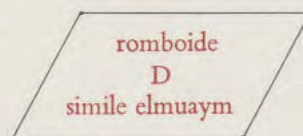
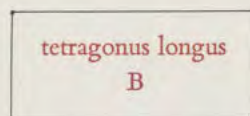
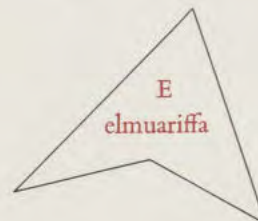
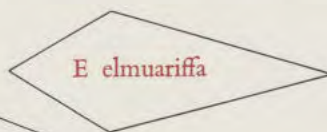
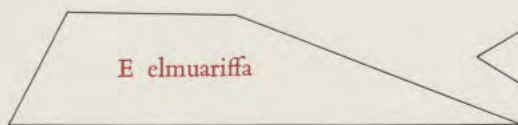
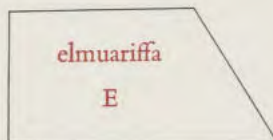
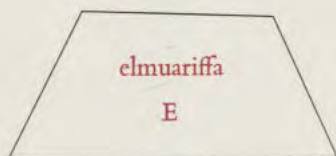
La seconda sorte de le laterate sonno quadrilatere, e sonno quelle che hano le doi basi a modo dicto [70v.] quadrangule; e quatro altre superficie che la circundano sonno pur quadrilatere equidistanti fra loro, secondo loro oppositione. E queste similmente, sonno a le volte equilatere a le volte inequilatere, secondo la dispositione de le lor basi, però che de le figure piane quadrilatere rectilinee s'asegnano 4 sorti. L'una detta quadrato, e fia quella che li lati tutti ha equali e li anguli recti, commo qui da canto la figura .A.; l'altra detta tetragon longo, e fia quella che ha li lati oppositi equali e li angoli similmente recti, ma è

XLV
XLVI

più longa che larga commo qui da canto la figura .B. La terza sorte fia detta "elmuaym", la quale è figura equilatera ma non rectangula, e per altro nome fia detta rombo commo qui la figura .C.; la quarta sorte è detta simile a l'elmuaym, over romboide per altro nome, de la quale li lati solo oppositi sonno equali e fra loro equidistanti, e non ha angoli recti commo apare la figura .D. Tutte l'altre figure da queste in fore che sienno de 4 lati, sonno dette elmuariffe cioè irregulari, commo son le figure segnate .E. Or secondo tutte queste diversità de basi [71r.] possano variarse dicte colonne quadrilatere, ma commo se voglia sempre la equidistantia fra le lor basi, per altezza se deve intendere. E queste tali possiamo chiamar regulari a similitudine di lor basi, e l'altre irregulari over elmuariffe.

De le colonne laterate pentagone. Capitulo LXI.

XLVII
XLVIII

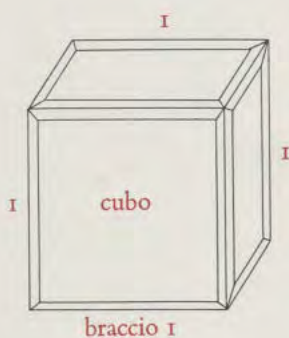
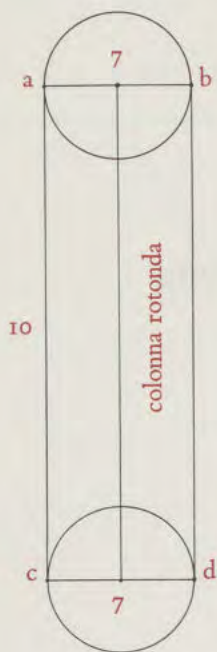
Nel terzo luogo sonno le colonne laterate pentagone, cioè quelle de 5 facce, commo qui la figura .AB., che ciascuna fia tetragona over quadrilatera. E le basi de queste simili colonne sempre sonno doi pentagoni, cioè doi figure rectilinee de 5 lati over anguli, però che in tutte le figure rectilinee el numero de li anguli se aguaglia al numero de li suoi lati; e altramente non possano stare. E queste ancora hano a essere equilatere e inequilatere secondo che le lor basi permetteranno, sì commo poco innance de le

laterate quadrilatere s'è dicto. Con ciò sia che alcuni pentagoni sienno equilateri et equianguli e altri inequilateri e per consequente inequianguli, ma ogni pentagono che habia 3 anguli fra loro equali, se 'l sirà equilatero, de necessità sirà ancora equiangulo [71 v.] commo demostra la 7ª del 13º. Questo se dici perchè poterìa el pentagono havere lati equali con doi angoli fra loro equali, non però serebe tutto equiangulo. E questi doi pentagoni, cioè superiore e inferiore, pur similmente con la equidistantia de loro altezza in dicta colonna se hano a intendere: o sienno le colonne equilatere o inequilatere, commo si voglino.

E PERCHÈ, excelso Duca, le spetie de le colonne laterate possano in infinito acrescere secondo le varietà de le figure rectilinee de più e manco lati, però che de ogni colonna laterata convengano le suoi doi basi, cioè suprema e inferiore, de necessità essere doi figure rectilinee simili, cioè che convenghino nel numero de' lati — che non fosse una triangola e l'altra tetragona — e ancora equilatere et equiangole fra loro, a la uniformità de le colonne, quantunca diversamente facino varietà in epse formandole a le volte equilatere e a le volte inequilatere; per la qual cosa non me pare in dicte più oltra extenderme, ma solo indure a memoria che la loro denominatione sempre deriva de le basi: [72 r.] cioè, secondo seranno le basi

così sonno dette. ℂ *Verbi gratia*, se le basi sonno triangule commo fo di sopra nel corpo seratile, se diranno triangule; e se siranno tetragone over quadrilatere, siranno dicte quadrangole; e se pentagone, pentagone; e se de 6 lati, seranno chiamate exagone *et sic de singulis*. Ma sienno le basi di che qualità se voglino, sempre le facce de ciascuna siranno tetragone rectangole. E de l'una e de l'altra fin qua le lor forme materiali a l'occhio demostrano quello s'è dicto al numero per loro tavola posto. E anco in questo di sotto in figura piana in prospectiva, al medesimo numero commo porrà Vostra Celsitudine vedere.

XLVIIII

Del modo a mesurare tutte sorte colonne e prima de le rotonde. Capitulo LXII.

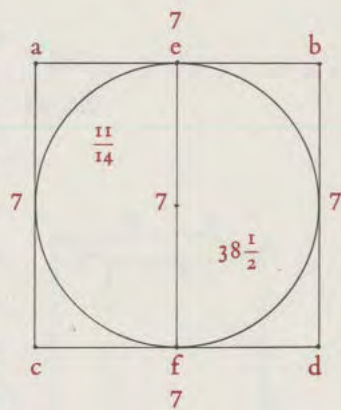
CONVENIENTEMENTE ormai el modo a saper mesurare tutte sorte colonne me par se ponga. Avenga che a pieno de ciò ne l'opera nostra n'habiam tractato, pur *succinte* qui per un cenno a Vostra Celsitudine, lo indurrò; e prima de tutte le tonde, per le quali questa sia regula generale. Prima se mesuri una de le suoi basi recandola a quadrato secondo [72v.] el modo proximano dal nobile geometra Archimenide trovato, posto nel suo volume *sub rubrica* "de quadratura circuli" e in l'opera nostra aducto con sua demostratione, cioè così: trovise el diametro de la basa e quello se multiplichi in sè e del pro-

XLII

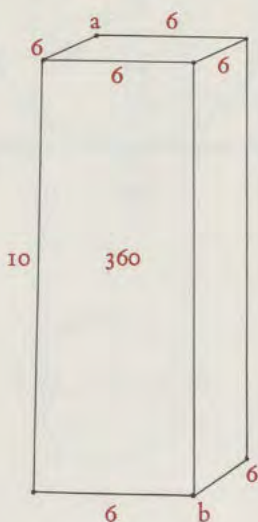
ducto se prenda li $\frac{11}{14}$ cioè li undici quatordicesimi over quatuordecimi, e quelli multiplicati per l'altezza de la colonna, quest'ultimo producto fia la massa corporea de tutta la colonna. ℭ *Verbi gratia*, a ciò meglio s'aprenda, sia la colonna rotonda .abcd. la cui altezza .ac. over .bd. sia 10, e li diametri de le basi l'uno .ab. e l'altro .cd., ognuno 7. Dico che a quadrare questa e ogn'altra simile, se prenda uno de' dicti diametri, qual se sia, .ab. overo .cd., chè non fa caso siando equali, cioè 7; e questo 7 se deve multiplicare in se medesimo. Farà 49 e de questo dico se prenda li $\frac{11}{14}$ che sonno $38\frac{1}{2}$. E questi dico se multiplichi contra l'altezza over longhezza, de tutta la colonna, cioè contra .bd. over .ac. che ponemmo 10. Farà 385, e tanto diremo tutta la capacità over aria corporale, de tutta ditta colonna. E vol dire questo caso, excelso Duca, [73r.] che se quelli numeri importano braccia di che sorta se voglia, in epsa siranno 385 quadretini cubici, cioè commo dadi per ogni verso un braccio, cioè longhi un bracio larghi un braccio e alti un braccio, commo la figura qui lateral demostra. E così se dicti numeri importano piedi, tanti quanti de le braccia s'è detto, e se passa passa e palmi palmi *et sic de singulis*. E resolvendo dicta colonna in cubi se ne farebe 385; e questa basti a lo intento presente. Non di meno a la quadratura e dimensione de dicte basi circulari, molti altri modi se danno che tutti

VII
VIII

in un ritornano, quali per ordine in dicta nostra habiamo aducti. ℭ El perchè si prenda dicti $\frac{11}{14}$ cioè de le 14 parti de la multiplicatione del diametro in sè in ogni cerchio, si fa perchè gli è trovato, con molta aproximatione per Archimede, che 'l cerchio in comparatione del quadrato del suo diametro, fia commo da 11 a 14. Cioè, se 'l quadrato del diametro fosse 14 el cerchio serebe 11, ben che non ancora per alcun sapiente con precisione. Ma poco varia, commo qui a l'ochio in la figura apare [73v.] che 'l cerchio fia manco che dicto quadrato quanto sonno li anguli de dicto quadrato che 'l cerchio del suo spatio perde; li quali anguli de tutto el quadrato son li $\frac{3}{14}$ cioè de le 14 parti le 3. E le 11 vengano a essere comprese dal spatio circulare, commo apare nel quadrato .abcd., che li suoi lati s'agua- gliano al diametro del cerchio, cioè a la linea .ef. che per mezzo lo divide passando per lo ponto .g. detto centro del dicto cerchio, commo nel principio del suo 1° ci narra el philosopho nostro. E questo de le rotonde.

Del muodo a saper mesurare tutte colonne laterate. Capitulo LXIII.

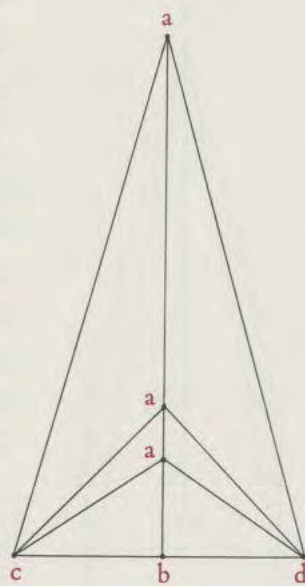
MOSTRATO el muodo a la dimensione de le rotonde, seque quello de le laterate. Per le quali simelmente questa sia regola generale e con precisione, cioè che sempre se quadri una de le suoi basi, qual se voglia, e quel che fa poi se multiplichi nell'altezza

XLV

XLVI

over longhezza de dicta colonna. E questo ultimo producto aponto fia sua corporal massa over capacità, e sienno de quante se voglino facce, e' mai falla. Commo, *verbi gratia*, sia la colonna laterata tetragona .ab. la qual sia alta 10 e le [74r.] suoi basi cadauna sia 6 per ogni verso. Dico che se quadri prima una de dicte basi, che per essere equilatere se multiplicarà un di lati in sè, cioè 6 in 6 fa 36, e questo aponto fia el spatio de la basa. Ora dico che questo se multiplichi nell'altezza over longhezza de tutta dicta colonna, cioè in 10. Farà 360. E tanti bracia over piedi, aponto sirà quadra dicta colonna a modo che di sopra de la rotonda s'è dicto. E così se le suoi basi fossero inequilatere o altramente irregulari, pure secondo le norme date per noi nella dicta opera sempre se quadrino, e in lor altezza el producto se multiplichi, e harasse el quesito infallibilmente in ciascuna. E per expeditione de tutte l'altre, questa medesima regola se deve servare, o sienno trigone o pentagone o exagone overo eptagone *et sic de singulis*; cioè, che secondo la exigentia de [le] lor basi, quelle se debino prima mesurare: se sonno triangole per la regola de li triangoli, e se pentagone per le regole de' pentagoni e se exagone similmente. De le quali forme e figure le regole *difuse* in dicta nostra opera sonno asegnate, a la quale per esser [74v.] facile lo acesso per la lor copiosa multitudine stampata e per l'universo ormai divulgata, qui

non curo altramente adurle. E così a dicte colonne porremo fine, e sequendo diremo de lor pyramidi.

De le pyramidi e tutte lor differentie. Capitulo LXIIII.

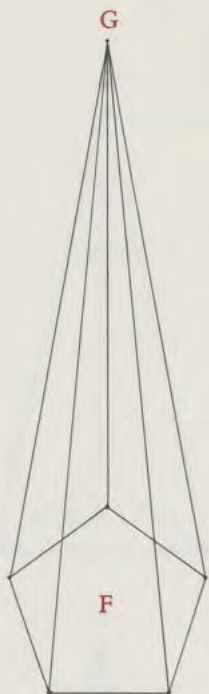
SEQUITA in ordine, excelso Duca, dover dire de le pyramidi e lor diversità, e prima de quelle che sonno dette pyramide rotonde e poi *successive* de l'altre tutte. E a piena notitia diremo col nostro philosopho nel suo 11°, la pyramide tonda essere una figura solida e fia el vestigio de un triangolo rectangolo, fermato uno de li suoi lati che contengano l'angol recto e circunducto fin tanto che torni al luogo donde se comenzò a moverse. E se 'l lato fermo sirà equale al lato circunducto, sirà la figura rectangola; e se 'l sirà più longo, sirà acutiangola; e se 'l sirà più corto, sirà obtusiangola. E lo axe de dicta figura è il lato fixo over fermo, e la sua base sirà un cerchio. E chiamase questa pyramide de la colonna rotonda. *Verbi gratia*, a ciò el dicto meglio s'aprenda, sia el triangolo .abc., del qual l'angol .b. sia recto, e sia el lato che si ferma .ab. El qual fermato, voltisse atorno [75r.] dicto triangolo fin tanto che torni al luogo onde comenzò a moverse. Quella tal figura adonca corporea, la qual fia descripta over formata dal movimento de questo triangolo, è dicta pyramide rotonda. De la quale sonno 3 differentie over spetie, però che altra è rectangola, altra acutiangola, la terza obtusiangola. E la

L

prima se forma quando el lato .ab. fosse equale al lato .bc.; e sia che la linea .bc., quando con lo girare del triangolo pervenga al sito de la linea .bd. in modo che 'l ponto .c. cagia sopra el ponto .d. e doventi una medesima linea. E questo se intende che lei alhora se congionga al sito dal quale la comenzò a moverse, secondo la rectitudine. E sirà questa linea quasi la linea .bcd. E perchè per la 32ª del 1° e per la 5ª del dicto, l'angolo .cab. fia mità de recto, sirà l'angolo .cad. recto e però questa tal pyramide sirà detta pyramide rectangola. Ma se 'l lato .ab. sia più longo del lato .bc. sirà acutiangola però che alhora per la 32ª del 1° e per la 19ª del dicto, sirà l'angolo .cad. menore de la mità del recto, e però tutto l'angolo .cad. fia menore de recto e acuto. Onde dicta [75v.] pyramide fia acutiangola. E se 'l lato .ab. sia menore del lato .bc., sirà l'angolo .cab. magior de la mità de recto per la 32ª del 1° e per la 19ª del dicto, e tutto .cad., qual fia dopio a epso .cab., magiore de recto e obtuso. Adonca, la pyramide alhora convenientemente fia detta obtusiangola e l'axe de questa pyramide fia detta la linea .ab.; e la sua basa, el cerchio descripto da la linea .bc. così circumducta sopra el centro .b. E fia detta questa pyramide de la colonna rotonda, cioè de quella che farìa el paralelogrammo che nascesse de le doi linee .ab. et .bc. staendo fixo el lato .ab., commo de sopra de la colonna rotonda fo dicto. E questo de la pyramide tonda e sue

differentie al proposito satisfaccia. E de l'altre se dica.

De le pyramidi laterate e sue diversità. Capitulo LXV.

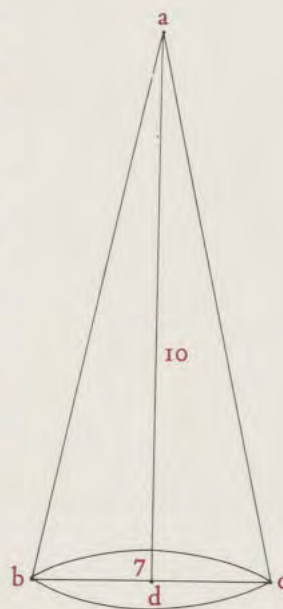
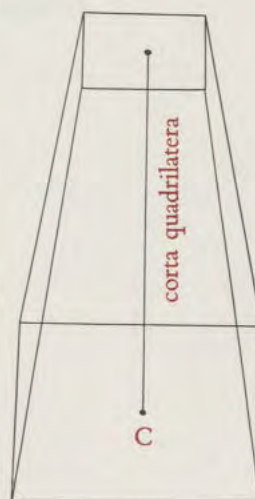
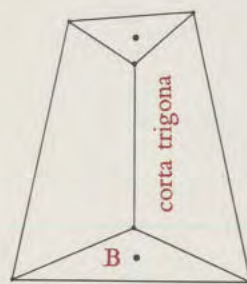
Le pyramidi laterate, excelso Duca, sonno de infinite sorte, sì commo le varietà de le lor colonne donde hano origine, commo apresso concluderemo. Ma prima del nostro philosopho poniamo sua dechiaratione nel suo 11° posta, dove dici la pyramide laterata esser una figura corporea [76r.] contenuta da le superficie, le quali da una in fore sonno elevate in su a un ponto opposito. El perchè è da notare che in ogni pyramide laterata tutte le superficie che la circundano, excepta la sua basa, se sulevano a un ponto el quale fia dicto cono de la pyramide; e tutte queste tali superficie laterali sonno triangole e al più de le volte la lor basa non è triangola, commo qui in linea apare la pyramide .A. triangola, de la quale el cono .B.; e la pyramide .D. quadrilatera e 'l suo cono .E.; e la pyramide pentagona .F. e 'l suo cono .G. E così sequendo, in tutte e meglio in sua propria forma materiale, a li numeri LI, LII, LIII, LIIII, LV, LVI, de solide e vacue e di sotto in questo, in piano per prospectiva a li medesimi numeri. E la derivatione de queste tali è da le colonne laterate de le quali sopra dicemmo, e nascano in questo modo, cioè fermando un ponto attualmente in una de le basi de la colonna laterata, overo imaginandolo, e quello congiongnendo per li-

LI
LII

nee recte con cadauno de li angoli rectilinei de l'altra basa de dicta colonna opposita. Alhora [76v.] aponto sirà formata la pyramide de dicta colonna, da tante superficie triangulari contenuta quante che in la basa de dicta colonna, siranno linee over lati. E siranno la colonna e la sua pyramide da' medesimi numeri denominate, cioè, se tal colonna laterata sirà trilatera over triangula, la pyramide ancora sirà dicta trigona over triangulare; e se dicta colonna sia quadrilatera, e la sua pyramide sirà dicta quadrilatera; e se pentagona, pentagona *et sic de reliquis*. ℭ El che se manifesta, commo dinance de dicte colonne laterate fo decto, lor specie in infinito poterse multiplicare secondo la diversità e variatione de le loro basi rectilinee; così diciamo dovere advenire de le loro pyramidi laterate, con ciò sia che a ogni colonna over chylindro, responda la sua pyramide o sia rotonda o sia laterata. E quel ponto così nella sua basa fermato, non necessita che de ponto sia nel mezzo de dicta basa situato; pur che di quella non exca non importa, però che con dicte linee protracte pur pyramide si causa, avenga che quella, tirate aponto al ponto medio, si chiami pyramide recta a livello, e l'altre se chia[77r.]mino declinanti over chine. Sonno alcun'altre dette pyramidi corte over troncate, e sonno quelle che non arivano de ponto al cono ma li manca la cima e son dette scapezze over tagliate. E de tanti sorti sonno queste simili quante le

LIII
LIIII
LV
LVI
LVII
LVIII

lor integre, e così de nomi o tonde o laterate commo qui in linee apare la tonda tronca .A., la corta triangola .B., la tagliata quadrangola .C. E questo mi pare sia a lor notitia sufficiente. E sequendo, apresso diremo de la loro liggiadra mesura.

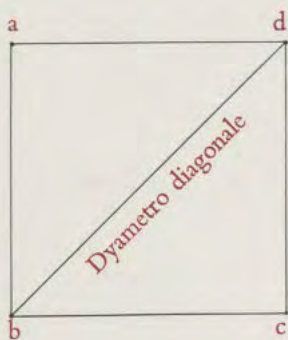
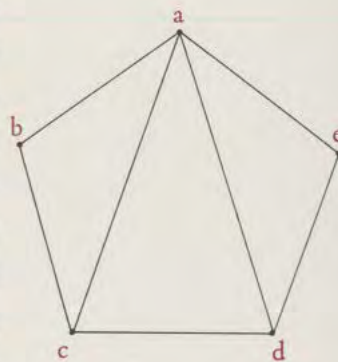
Del modo e via a saper mesurare ogni piramide. Capitulo LXVI.

La quantità e mesura giusta e precisa, excelso Duca, de cadauna pyramide integra o sia tonda o laterata, se haverà de la quantità de le loro colonne in questo modo. Prima trovaremo l'area over spatio de la basa de la pyramide, quale intendemo mesurare, per via de le regole date di sopra nel trovare la massa corporale de tutte le colonne e tonde e laterate, e quella trovata multiplicaremo nell'axe cioè altezza de dicta pyramide: e quello che farà, sirà la capacità de tutta la sua colonna. E de questa ultima multiplicatione sempre pren[77v.]daremo el $\frac{1}{3}$, cioè la sua terza parte, e quel tanto aponto, fia la quantità corporale de la detta pyramide, e mai falla. ☾ *Verbi gratia*, sia la pyramide rotonda .abc. de la quale la basa fia el cerchio .bc. — el cui diametro è 7 — e 'l suo axe .ad., qual sia 10. Dico che prima se quadri la basa commo de sopra in la colonna rotonda fo facto, però che commo s'è dicto, de le colonne e de le pyramidi fienno le medesime basi e le medesime altezze.

Haremo per la superficie de la basa $38\frac{1}{2}$ qual multiplicato per l'axe .ad., cioè per 10, farà 385 per la capacità de tutta la sua colonna. Ora de questo dico L che se prenda el $\frac{1}{3}$. Ne ven $128\frac{1}{3}$ e questo fia la quantità de dicta piramide. El perchè è da notare per la precisione aducta, che nelle rotonde a numero convengano respondere secondo la proportione finora trovata fra 'l diametro e la circumferentia, e per quella de sopra detta, fra 11 e 14. Le quali commo in quel luogo se disse, non sonno con precisione ma poco varia, per Archimede trovata. Ma non resta quello che dicto habiamo, che la pyramide rotonda in quantità non sia [78r.] aponto el $\frac{1}{3}$ de la sua colonna rotonda, ben che aponto ancora per la ignorantia de la quadratura del cerchio, per numero non se possa con precisione exprimere. Ma el suo $\frac{1}{3}$ è. E dicta colonna fia el suo triplo, cioè tre tanto de la sua pyramide, commo se prova per la 9ª del 12º. Ma le altre tutte laterate, per numero aponto se possano asegnare per essere le lor basi rectilinee. E così commo de la rotonda s'è fatto, el simile de tutte laterate se debia observare, però che così de queste in la 8ª del 12º se prova che le sonno triple, cioè tre tanto de la loro pyramide. E questo a loro sufficiente dimensione sia dicto.

Commo de le laterate aperto se mostra ciascuna essere subtripla a la sua colonna. Capitulo LXVII.

NELLA 6ª del 12°, excelso Duca, el nostro philosopho conclude el corpo seratile — el quale è la prima spetie de le colonne laterate commo de sopra fo detto — quello essere divisibile in 3 piramidi equali, de le quali le basi cadauna fia triangula e, per consequente, el dicto corpo fia triplo a cadauna de quelle. E con questa evidentia se mostra ogni pyramide esser subtri[78v.]pla al suo chelindro over colonna. E de qua nasci la regola sopra data, che de la quantità de tutta la colonna se prende el $\frac{1}{3}$, la qual cosa nelle colonne rectilinee chiaro apare però che tutte quelle sonno resolubili in tanti corpi seratili in quanti trianguli si possino le lor basi distinguere, e de tanti sempre quelle tali sonno dicte esser composte, commo in la 8ª del 12° fia provato. Onde la colonna quadrilatera, de la quale la basa per esser quadrilatera se resolve in doi trianguli protrahendo in quella la linea diagonale, cioè da un angolo opposito a l'altro; e sopra questi tali triangoli se imaginano e anco attualmente se fa, doi corpi seratili. E perchè ognuno fia triplo a la sua pyramide, sequita ambedoi quelli esser tripli ad ambedue le suoi pyramidi. Ma ambedoi li seratili sonno tutta la colonna quadrilatera: adonca, le doi pyramidi de li doi seratili sonno el $\frac{1}{3}$ de tutta dicta colonna, e queste doi pyramidi sonno una totale aponto de tutta la colonna, sì commo quelli lor doi seratili sonno tutta la colonna, per esser quelli

XLIII
XLIIII

le doi parti equali e integrali de dicta colonna. Sì che la regola data non [79r.] po fallire per tutte le ragioni aducte. E similmente el medesimo effecto se manifesta in cadaun'altra colonna laterata, commo anco de la 3ª lor spetie decta pentagona, de la quale la basa fia resolubile in 3 trianguli. E per quello s'è dicto, tutta la colonna in 3 corpi seratili de li quali ognuno è triplo a la sua piramide, e per questo tutti 3 son tripli a tutte 3 lor piramidi, e queste insiemi voglian dire una de tutta la colonna, sì commo li lor 3 seratili refanno tutta la colonna. E così el medesimo in tutte l'altre discorrendo. ℂ E la dicta resolutione de basi in triangoli in la 32ª del 1° se demonstra, dove se conclude ogni figura poligonia, cioè de più angoli e lati, essere sempre resolubile in tanti triangoli quanti sonno li suoi angoli over lati, men doi. *Verbi gratia*, la quadrilatera ha 4 angoli e per consequente 4 lati: epsa fia resolubile in doi triangoli almanco, cioè a la menore sua resolutione che apare se in quella se tiri una linea recta da uno de li suoi angoli oppositi a l'altro, commo qui in la figura si vede del tetragono .abcd., el qual fia diviso in li doi triangoli .abd. et .bcd. da [79v.] la linea .bd., la quale in l'arte fia detta linea diagonale e anco diametro. E così la pentagona se resolve almanco in 3 triangoli, cioè per regola generale in doi triangoli meno che non sonno li suoi angoli over lati. La qual cosa aparerà se da uno, qual

sia, de li suoi angoli a li doi altri oppositi se menino doi linee recte, commo qui nella figura .abcde. pentagona descripta, fia facto. Nella quale dal suo angolo .a. a li doi oppositi .c. et .d. protracte le linee, fia resoluta in li 3 triangoli .abc. .acd. et .ade. E ognuna de dicte linee, nell'arte si chiama corda de l'angolo pentagonico. E così le exagone se resolvano in 4 triangoli *et sic in reliquis*. Sì che molto, excelso Duca, siamo obligati agli antichi che con lor vigilie le menti nostre hano delucidate, maxime al nostro megarense Euclide che insiemi ordinatamente recolse de li passati, e de le suoi agionse in queste excellentissime discipline e scientie mathematici con tante diligenti soi demostrationi: commo appare in tutto suo sublime volume, el cui ingegno non humano ma divino se dimostra, maxime nel suo 10°, [80r.] nel quale veramente tanto lo extolse quanto a lo humano fia permesso. E non so comprehendere che più altamente havesse possuto dire de quelle linee abstractissime, irrationali, la cui scientia è profondissima sopra ogn'altra, al iudicio de chi più ne sa. E de le pyramidi integre quanto al proposito aspetti, qui sia fine.

Commo se mesurino le piramidi corte. Cap. LXVIII.

PER le pyramidi corte over scapezze, la loro mesura se trova mediante le loro integre a le quali, commo lo imperfecto al suo perfecto, se reducano in

questo modo. Prima la dicta corta la reduremo a l'intera fin al suo cono col muodo dato in la nostra opera publica, e quella tale intera mesuraremo per li modi denance detti. E haremo chiaro tutta sua capacità, qual salvaremo. Da poi prenderemo la mesura de quella pyramidella, che fo agionta a la scapezza per farla intera, pur con li modi dati, e la quantità de questa pyramidella cavaremo de la quantità de tutta la grande che serbammo. El rimanente de necessità viene a essere la quantità, aponto, de la dicta [80v.] pyramide tronca. E de l'altre vie questa fia la brevissima e più secura; e sienno rotonde over laterate, el medesimo se observa.

De la mesura de tutti li altri corpi regulari e dependenti. Capitulo LXVIIII.

SEGUE a doverse dire de la dimensione de li corpi regulari e de' loro dependenti, onde de' dicti regulari non mi curo altramente qui extenderme per haverne già composto particular tractato, a lo Ill.mo affine de Vostra Ducale Celsitudine Guido Ubaldo Duca de Urbino nella nostra opera a Sua Signoria dicata; e al lectore facile a quella fia el recorso per esser a la comune utilità pervenuta, commo denance fo detto, e in questa vostra inclita cità assai se ne trovano. La cui mesura tanto è più speculativa quanto più degli altri corpi sonno quelli più excellenti

e perfecti, materia certamente da coturno e non da sciocco. E in quel luogo a sufficientia ne fo detto. Ma el modo de li altri da quelli dependenti, fia simile a quello che de le pyramidi corte s'è dato, cioè, che bisogna redurli a li suoi totali perfecti e quelli, per le regole nostre date al luogo detto, con diligentia mesurarli. E quella quantità serbare e poi el su[81r.]plemento facto al suo intero da parte, per le regole de le piramidi ancora mesurare, e quel che fa, cavare de la quantità de tutto el suo regulare. El rimanente fia aponto la quantità de dicto dependente. ℭ Quando dicto dependente fosse del numero de abscisi, commo el tetracedron absciso al qual manca le ponti respecto al suo integro, le quali vengano a essere tutte piramidelle equali e uniforme, e però una mesurata subito per quella l'altre tutte fien note secondo el numero che a' lor lati over basi o altri s'è posto, secondo el quale bisogna in la pratica sempre regerse; e quelle havute, del suo intero commo è detto, cavarai. Ma se 'l dicto dependente fosse del numero de li elevati, alhora per haver sua mesura al suo perfecto agiognerasse la quantità de tutte quelle suoi pyramidelle, le quali vengano de necessità a esser tante quante sonno le basi del suo perfecto. E così brevemente più e meno, in dicti bisogna guidarse secondo el lume de' lor perfecti, a quelli giongnendo e minuendo secondo le occurentie dette. Altramente volendose regere,

se pervirìa in chaos in[81v.]extricabile. E però di loro questo sia el documento opportuno, non diffidandome de li perigrini ingegni e speculativi intellecti a queste e a qualunc'altra facultà pronti, quali sempre in tutto nostro processo habiamo prosuposti, maxime, per excellentia e antonomasia fra tutti gli altri supremo, de quello de Vostra Ducale Celsitudine, a la quale nel nostro discorso non intendo haver parlato commo a ignaro, nè de simili nè de altri in niun modo. Con ciò sia che quella indifferentemente de ognuna sia predita e ornata: ne le quali volendome extendere, non che la carta ma la vita non serìa bastante. "Sed quod patet expresse non est probare necesse". Quando col suo sol guardo sana e alegra ogni vista turbata, e' veramente fia quel sole che scalda e lumina l'uno e l'altro polo. E che più di lei dir si po oggi fra mortali? Se non che la sia sola quiete e refrigerio non che de Italia ma de tutto el Christianisimo. ¶ Quella, splendida ampla magnifica e magnanima a cadaun se mostra; in quella è misericordia, in quella è pietade, [82r.] in quella magnificentia, in quella s'aduna quantunche in creatura de bontade. Ceda Demostene con Cicerone e Quintiliano a la sua bocca, fonte che spande de parlar sì largo fiume, nectar ai buoni e ai rei severo coltello. Quella, de ogni religione observantissima e de' lor templi non solo restauratrice ma assidua auctrice; quella sempre

al diurno e nocturno divino offitio al tutto dedita, non con manco reverentia che in quello professi allor si faccino con sacratissimi prelati, che la dignissima sua devota capella al divin culto deputata e de dignissimi cantori ornata, con l'altre sue peculiari devotioni el rendan manifesto. Quella, a ogni supplicante, maxime pio, senza indutio le sue pietose orechie sbarra e la sua benignità a chi domanda, non pur succore ma più de le volte, liberamente, al dimandar precorre. Per le quai cose, non inmeritamente, colui che mai vidde cosa nova singularmente a' nostri tempi, fra gli altri, in tutto l'universo de le suoi gratie l'ha facta participe. Però non è con manco convenientia che [82v.] Ottaviano al suo tempo in Roma de la Pace universal si fesse, quella el suo sacratissimo de Gratie a memoria de tante, in sua inclita cità de Milano ha constructo e quello a la giornata in tutti modi ad ornarlo non se rende satia, e in ogni sua oportuna indigentia, suvenirlo. E questo sucinto discorso prego lectore che a l'adulatione non l'atribuesca, da la quale sì per natura commo per la professione al tutto so' alieno; però che s'altro fessi, non manco tu de invidia e livore a Sua Celsitudine che io de adulatione, convincto seresti, non prendendo admiratione de tante sue excellentie e celesti doni. ℂ "Sed quod oculis vidimus testamur". E non solo a questo, ma con tutta la mia sacratissima seraphica religione, col suo pre-

cipuo e singular capo e pastore, reverendissimo nostro padre Maestro Francesco Sansone da Brescia di quella dignissimo generale nel nostro General Capitolo, de l'anno presente, qui in sua inclita cità de Milano celebrato: al qual, grandissimo numero de famosissimi e celeberrimi homini in Sacra Theologia e altre scientie doctori e bacelieri de tutto l'univer[83 r.]so e de ogni natione "quae sub celo est", nel quale *assidue* ogni dì, cathedrali e publiche disputationi foron facte con la presentia sempre de la immensa humanità e devota a li suoi servi condescensione de Sua Ducale Celsitudine, insiemi con la reverendissima Signoria de Monsignore suo cognato Hypolito Card. Estense e dignissimo Arcivescovo de Milano, e molt'altra de suo ornatissimo Magistrato comitiva. Lascio la ubertà e l'afluente abundantia in ogni cosa da le mani de Sua Ducale Celsitudine a la substentatione de tanta multitudine emanata, la qual non che a li alhora presenti, ma ancora a li posteri per molto mesi fo bastante. Per la cui salute e felice stato tutta la turba Minore a l'Altissimo sue preci con gionte mani expande, e particularmente io, indegno e misero peccatore che di continuo, a Vostra Ducale Celsitudine devotamente se recomanda.

Commo se habino retrovare tutti li dicti corpi ordinatamente commo sonno posti in questo facti in prospectiva; e ancora le lor forme materiali secondo la

lor tavola particulare posta patente in publico. Capitulo LXX. [83v.]

PERCHÈ dove non è ordine sempre fia confusione, però a più piena intelligentia de questo nostro compendio, per saper retrovare tutte le proprie figure in prospectivo aspecto in questo sequente poste e anco le materiali secondo lor publica tavola, la Vostra Celsitudine observarà questo modo: cioè, quando legiarete di sopra in lor capitoli de lor creationi e formationi, guardarete in quel luogo, da rimpecto in la margine del libro, el numero segnato per abaco antico, cioè così comenzando dal primo al 48° capitulo, dicendo .I. II. III. IIII. V. e sequendo fine a lor termine. E quel medesimo numero aponto, farete de trovare de sotto dove in questo dicti corpi sonno per ordine tutti figurati; el qual numero similmente, in quel luogo in margine sirà posto referendo .I. a .I. e .II. a .II. e .III. a .III. e così in tutti. E quella tal figura sirà del dicto corpo facto in piano con tutta perfectione de prospectiva, commo sa el nostro Lionardo Vinci. E questi medesimi numeri ancora recercarete fra le forme materiali de' dicti corpi pendenti con lor nome in [84r.] greco e in latino, posti in un breve sopra ciascuno afixo nel suo cordiglio fra doi ambre negre, pur referendo ognuno, commo è dicto, al numero posto in margine dove di quel tal se tracta. E Vostra Celsi-

tudine a l'uno e a l'altro modo harà loro dispositioni, le quali non de vil materia — commo per inopia a me è stato forza — ma de precioso metallo e fine gemme meritarìeno essere ornati. Ma la Vostra Celsitudine considerarà lo affecto e l'animo nel suo perpetuo servo.

De quello se intenda per questi vocabuli fra le mathematici usitati, cioè ypothesi, ypotumissa, corausto, cono pyramidale, corda pentagonica, perpendiculare, catheto, diametro, paralelogrammo, diagonale, centro, saetta. Capitulo LXXI.

SONNO alcuni vocabuli, excelso Duca, inducti da li sapienti fra le mathematici discipline, per intelligentia de lor parti a ciò in niuna se habia equivocare, li quali a chi in epse non fosse molto experto darebon noia; e sopra in questo nostro compendio spesso inserti, commo haverete legendo trovato, e' per non deviare da li antichi li havemo observati. [84v.] De li quali non senza utilità mi pare qui *sucinte*, al lectore dar notitia. E prima de la ypothesi.

[De la ypothesi.]

PER la ypothesi se deve intendere el prosuposito, amesso e concesso fra le parti auctore e adversario, mediante el quale se intende concludere, e negato, non sequita conclusione. E però non se costuma ametterlo se 'l non è possibile.

Che sia ypotumissa in geometria.

PER la ypotumissa in tutte le figure rectilinee maxime se intende la linea che al magior angulo de quelle, fia opposita. Ma propriamente s'è costumato intendere el lato opposito a l'angolo recto nelli triangoli rectangoli over ortogonii, che così se chiamano in l'arte, quali de necessità sempre sonno la mità de la figura quadrata overo del tetragon longo, cioè figura rectangola de 4 lati più longa che larga.

Che cosa sia corausto fra le recte linee.

CORAUSTO se intende una linea recta quale congiongni le extremità de le doi in alto elevate. E possano li corausti esser più e meno, secondo el numero de le linee elevate.

Del cono over vertice pyramidale. [85r.]

CONO de la pyramide vol dir el ponto supremo de la cima ove le linee, che partano da la basa sua, concorino.

De la corda pentagonica.

CORDA pentagonica over pentagonale o vogliamo dire de l'angolo pentagonico tutto, se intende una linea tirata deritta ne la figura pentagona, da uno de li suoi qual si voglia angulo a l'altro a quello opposito, commo più volte s'è facto.

Perpendiculare.

La perpendiculare vol dire una linea recta elevata over situata, sopra un'altra a squadro, cioè che facia uno o più anguli recti intorno a sè, e così ancora quando ella stesse al modo dicto situata in su una piana superficie. E comunamente se costuma trovarla nelli trianguli per lor mesura, commo in dicta nostra opera a suo luogo dicemmo.

Catheto.

Catheto importa el medesimo che la perpendiculare, e per li vulgari grossamente nelli trianguli fia dicto *comuniter* saetta del triangulo. E' vene dal greco vocabulo.

Del diametro.

Diametro propriamente, se intende nel cerchio una linea recta [85v.] che passa pel suo centro e con le sue extremità tocca la circumferentia da ogni parte, e divide el cerchio in doi parti equali. Ma se costuma ancora nelli quadrati dir el diametro, e però per non equivocare, se dici diametro de cerchio e diametro del quadrato, a differentia de l'uno e de l'altro.

Del paralelogrammo.

Paralelogrammo se intende una superficie de lati equidistanti. Le quali propriamente sonno

quadrilatere, cioè quelle 4 specie che di sopra haveste nel capitulo 59°, dicte quadrato e tetragono longo, rombo e romboide e per altro nome elmuaym e simile a l'elmuaym. E ben che ogni figura de lati pari habia lati oppositi equidistanti, commo le exagono, octagono, decagono, duodecagono e altre simili, non di meno quelle 4 se hano particularmente a intendere.

De la linea diagonale quello sia.

DIAGONALE principalmente se intende una linea recta tirata da un angolo a l'altro opposito nel tetragono longo, che lo divida in doi parti equali a differentia del [86r.] quadrato. E ancora nel rombo e romboide s'è usitato così chiamarla.

Del centro del cerchio.

CENTRO propriamente fia dicto, nel cerchio, quel ponto medio nel qual fermando el pede immobile del sexto, l'altro girando el cerchio se descrive con la linea dicta circumferentia overo periferia. E da quel ponto tutte le linee a la dicta circumferentia menate, fra loro sonno equali. Ma se usa ancora, in l'altre figure rectilinee, dir centro el ponto medio di lor superficie: commo ne li triangoli, quadrati, pentagoni, exagoni e l'altre equilatere e anco equiangole, chè da cadauno de li loro angoli al dicto ponto, le recte protracte tutte similmente fra loro siranno equali.

Saetta.

SAETTA fia dicta quella linea recta che dal ponto medio de l'arco d'alcuna portione del cerchio, si move e cade a squadro nel mezzo de la sua corda. E dicise saetta respetto a la parte de la circumferentia che si chiama arco, a similitudine de l'arco materiale che anche usa dicti tre nomi, cioè corda arco e saetta.

De altri assai vocabuli. [86v.]

E BEN CHE asaissimi altri vocabuli sienno usitati, de li quali a pieno ne la grand'opera nostra habiamo tractato, non mi curo qui adurli; ma solo questi necessarii a la intelligentia del presente compendio, a Vostra Celsitudine m'è parso adure, el quale se con tanto numero de carti non fia concluso, ma non de menore substantia e altissime speculationi in epso s'è tractato. E veramente, excelso Duca, non mentendo a Vostra Celsitudine, dico la speculatione de le mathematici non poterse più alto virtualmente extenderse, avenga che a le volte magiori e menori acagino le quantità. E in questi, el nostro philosopho megarense concluse e terminò tutto el suo volume de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalità in XV libri partiali distincto, commo a lo intelligente fia chiaro. E però non poca gratia e dignità acrescerà a la vostra prefata dignissima biblioteca, commo dinance in la vostra epistola dicemmo, per esser lui unico e

solo di tale ordine e materia composto, e a niun fin qua — salvo a Vostra Celsitudine — in tutto l'universo noto. E qui, ne la inclita magna vostra cità de [87r.] Milano, non con mediocri affani e longhe vigilie, sotto l'ombra di quella e del suo quanto figliuolo, mio inmeritamente peculiare e singulare patrone Ill. Signor Galeazzo Sanseverino de Aragonia a niuno ne le militari posponendo e de le nostre discipline summo amatore, maxime a la giornata de la assidua sua lectione, di quelle gustando l'utilissimo e suave fructo. ℭ E sia, per conclusione del nostro processo, la humil venia e debita reverentia del perpetuo servo de Vostra Celsitudine, a la quale infinitamente in tutti modi se riccomanda. "Quae iterum atque iterum ad vota felicissime valeat".

FINIS

Corpora ad lectorem

El dolci fructo, vago e sì dilecto,
constrinse già philosophi cercare
causa de noi, che pasci l'intellecto.

Disticon

Querere de nobis fructus dulcissimus egit
Philosophos causam mens ubi laeta manet.

[87v.] FINIS

A dì XIIII decembre in Milano nel nostro almo convento, governando tutta la provincia el reverendo padre de Sacra Theologia professore Maestro Francesco Mozanica dignissimo ministro de quella,
Mcccclxxxxviii, sedente Summo Pontifice
Alexandro VI°, del suo pontificato
anno VII°.

I CORPI REGOLARI

DISEGNI

DI

LEONARDO DA VINCI

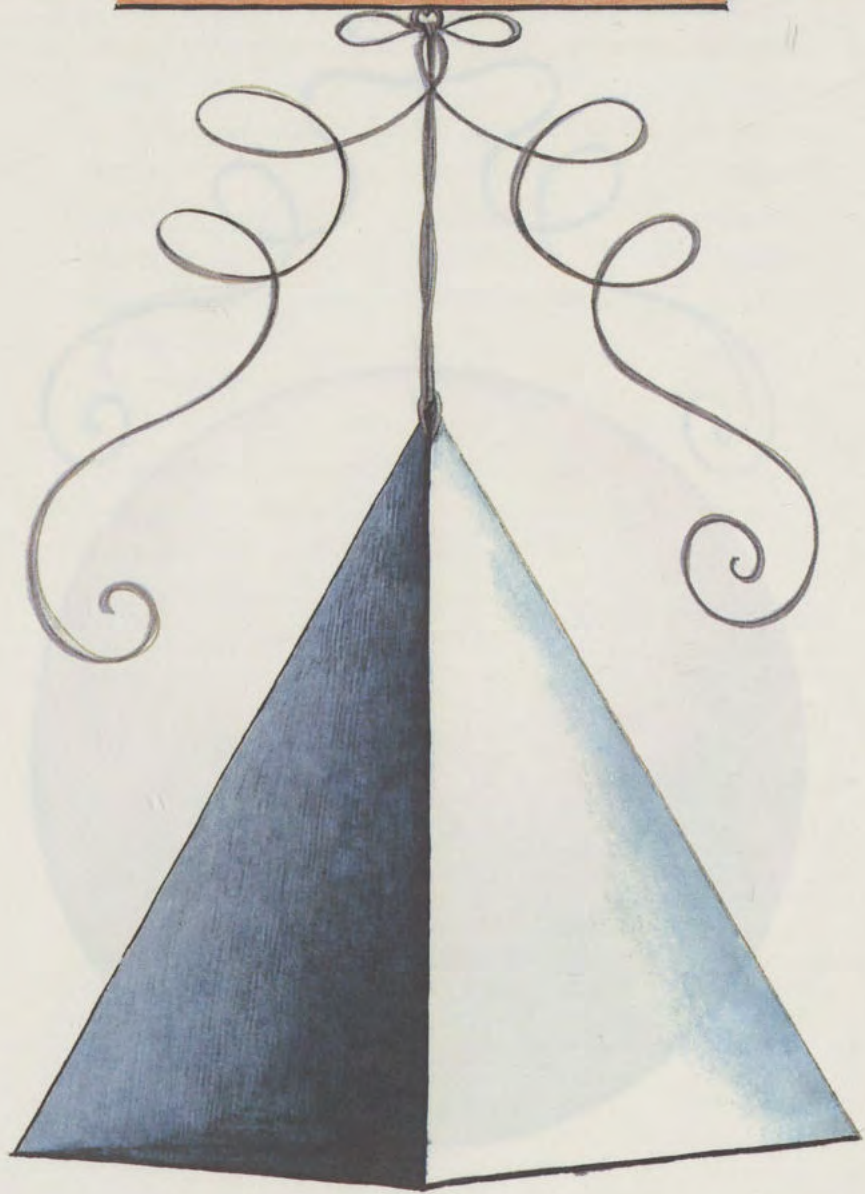
RIASSUNTO DEI CORPI

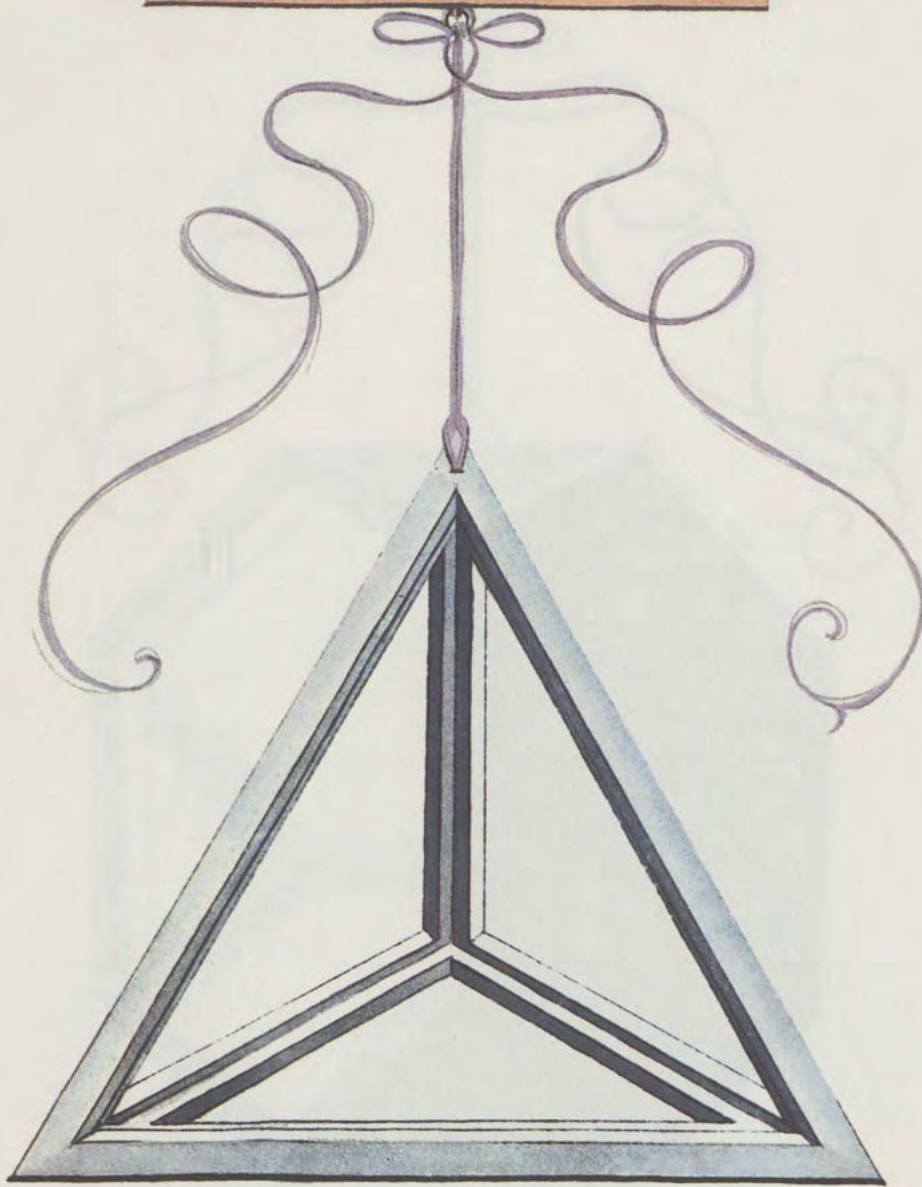
La progressione delle tavole è strettamente corrispondente all'originale ambrosiano. Questo riassunto è stato compilato per facilitare il lettore nella ricerca dei corpi.

SPHERA SOLIDA.

XLI

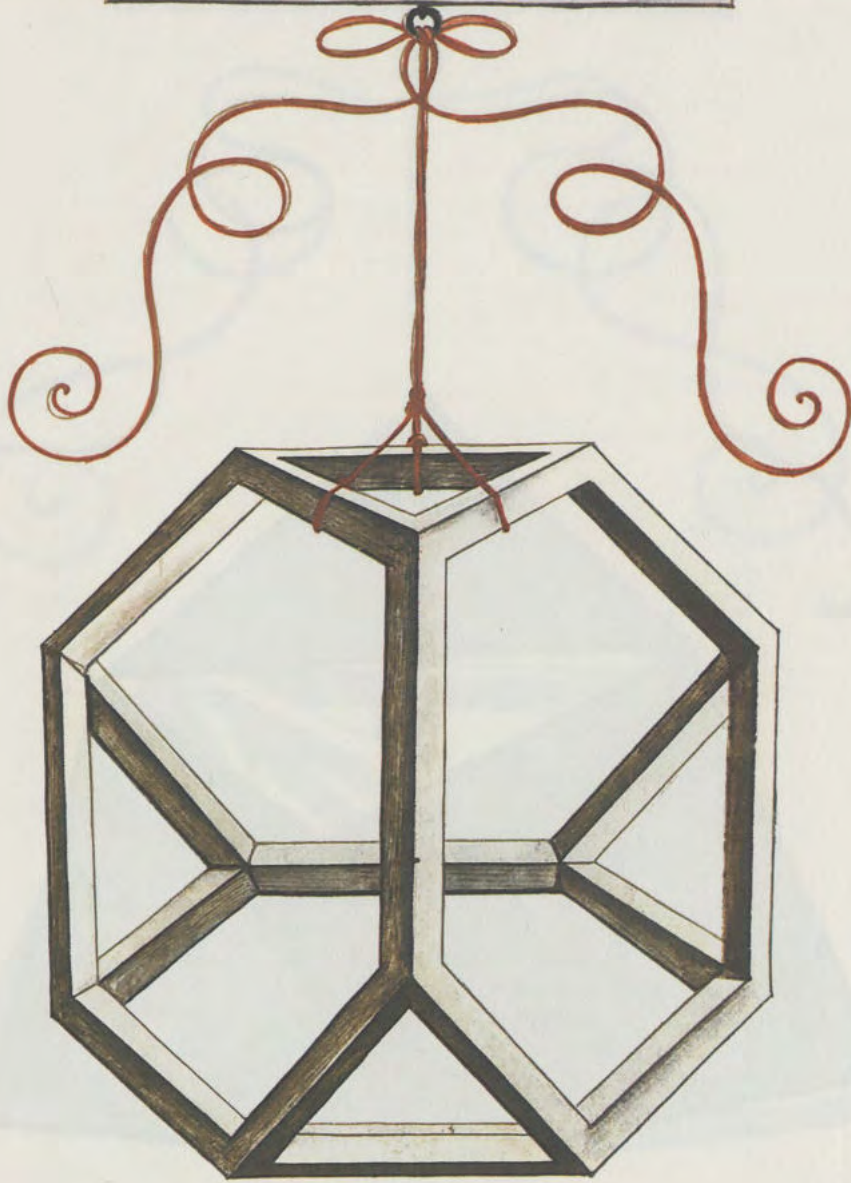
ΣΦΑΙΡΑ ΣΤΕΡΕΑ

I

Τετραεδρον ἐπίπεδον στερεόν.

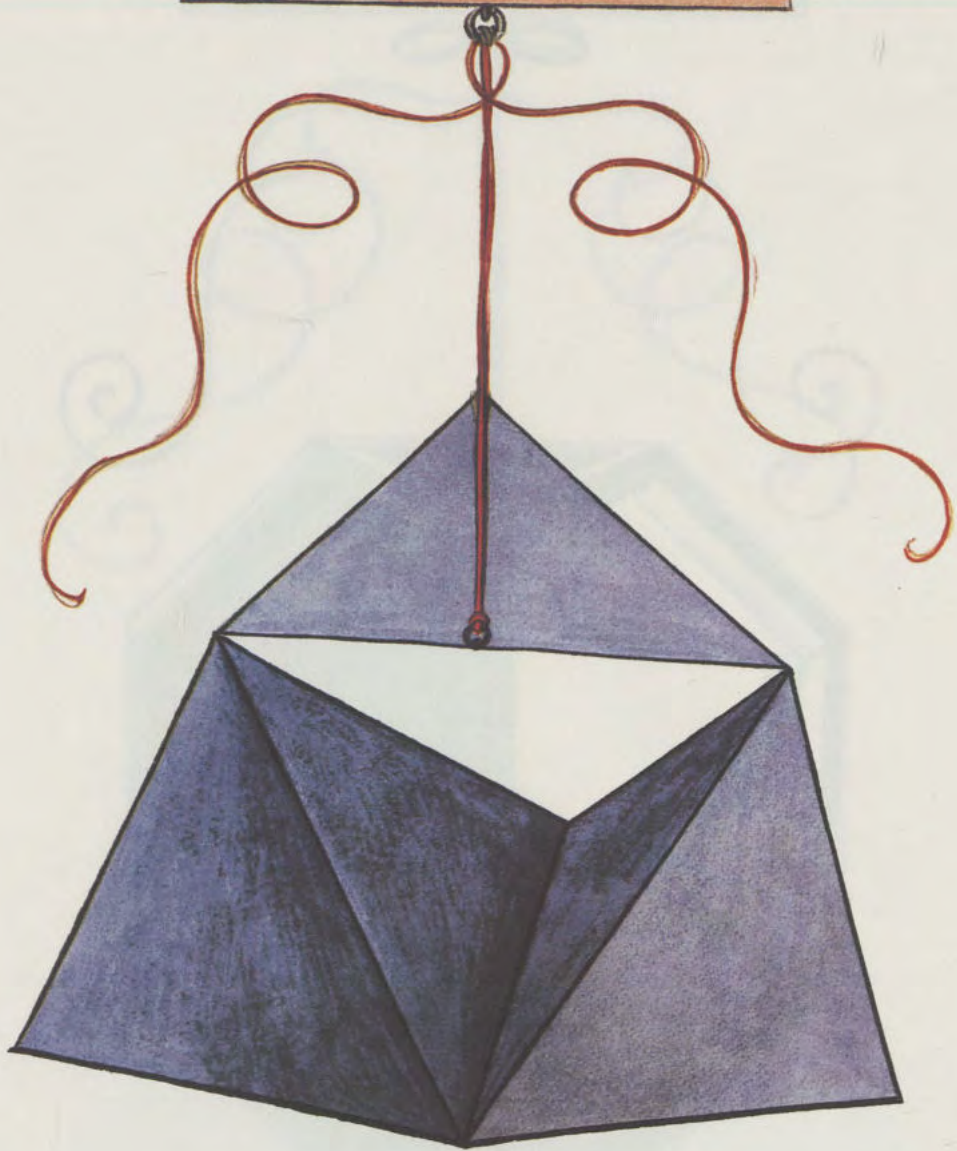
TETRACEDRON · PLA
NVS · VACVVS .

II

Τετράεδρον ἐπίπεδον κενόν·

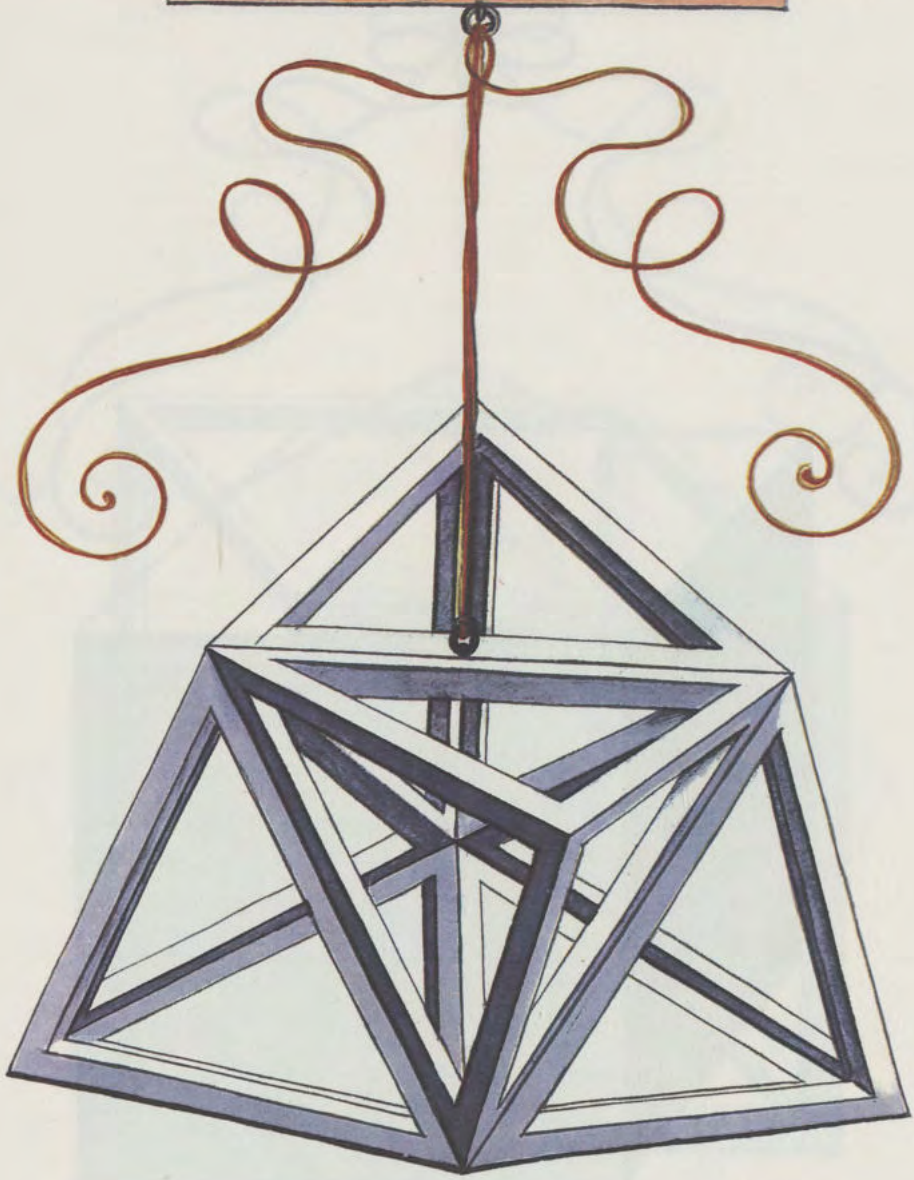
TETRACEDRON ABSCI
SVS SOLIDVS.

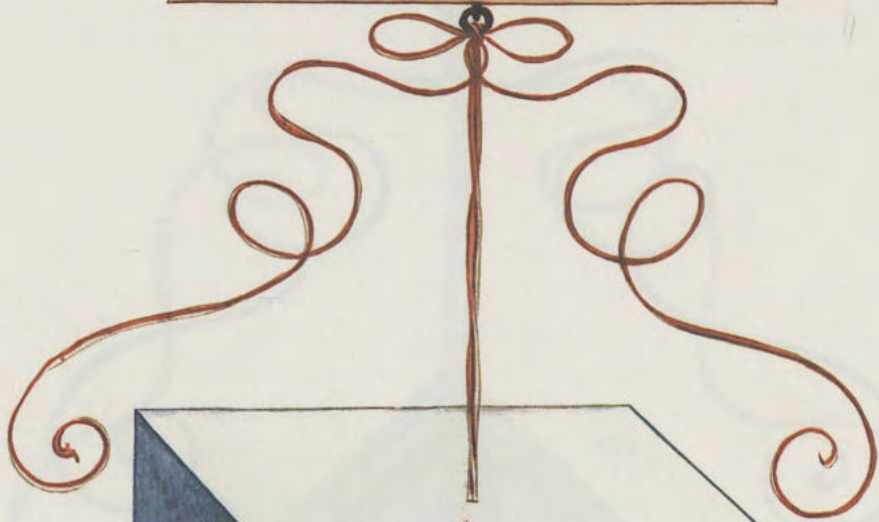
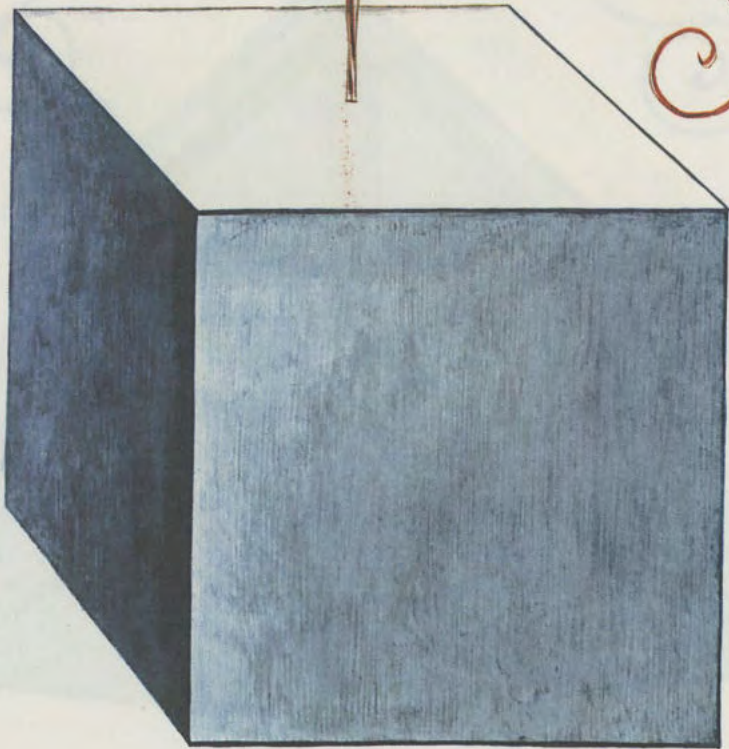
III

Τετράεδρον ἀφαιρεθὲν στερεόν

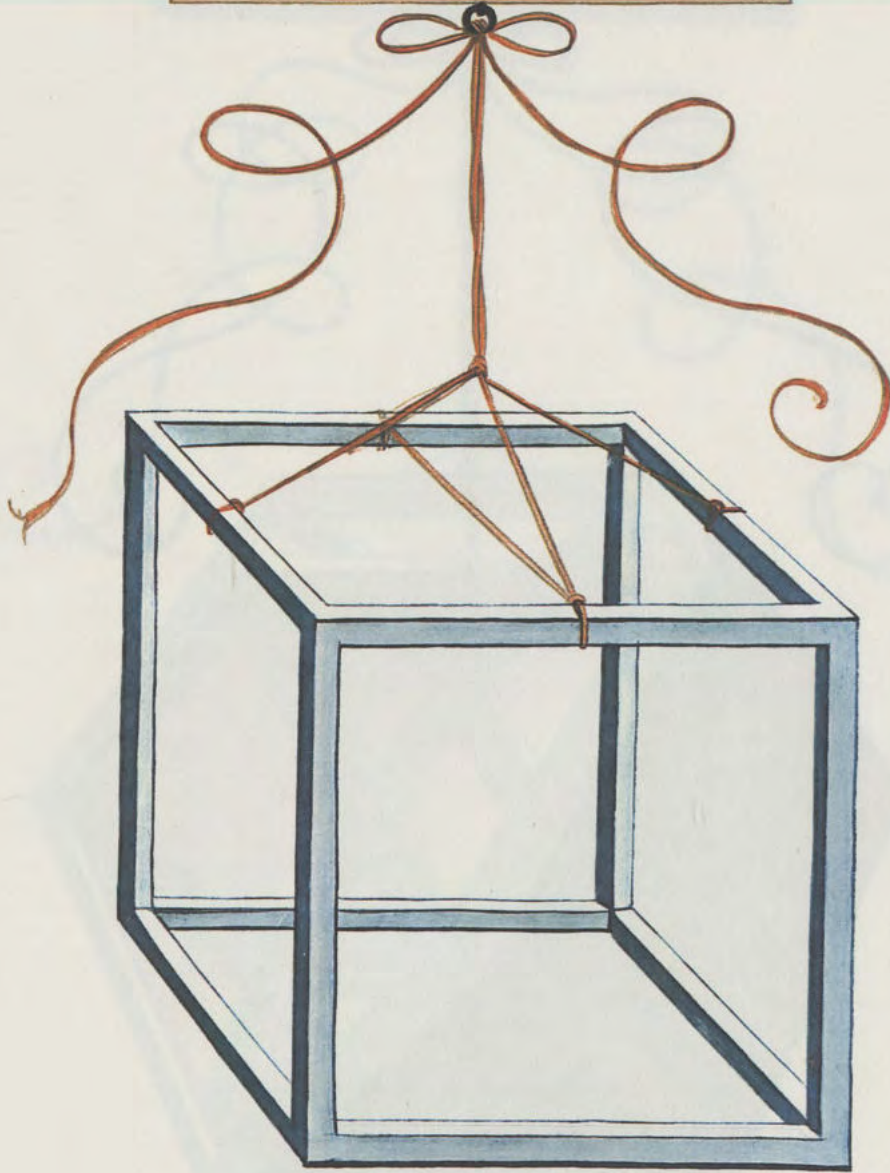
Τετράεδρον ἀφαιρεθέν κενόν.

TETRACEDRON ELEVA
TVS SOLIDVS.

V

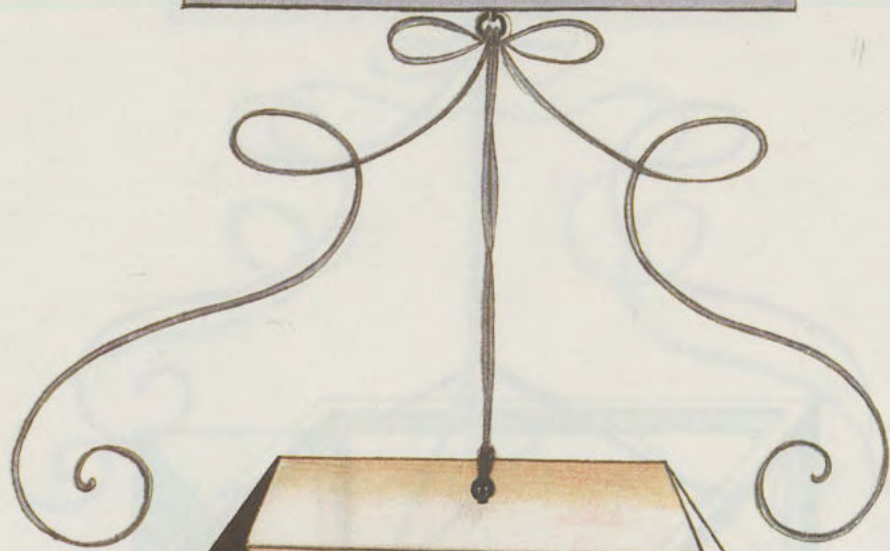
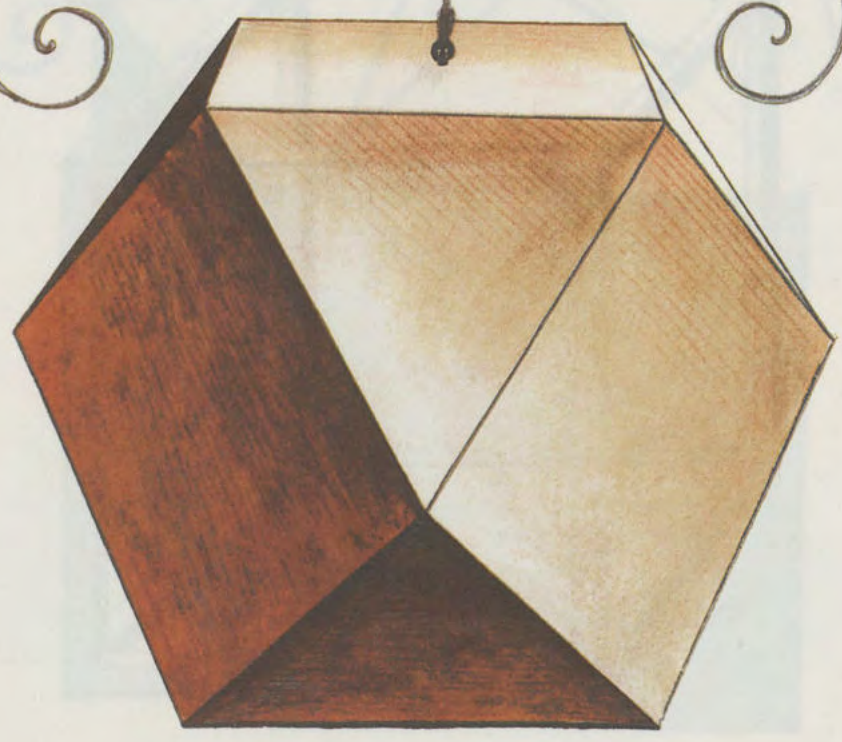
Τετραεδρον ἀρθὲν στερεόν.

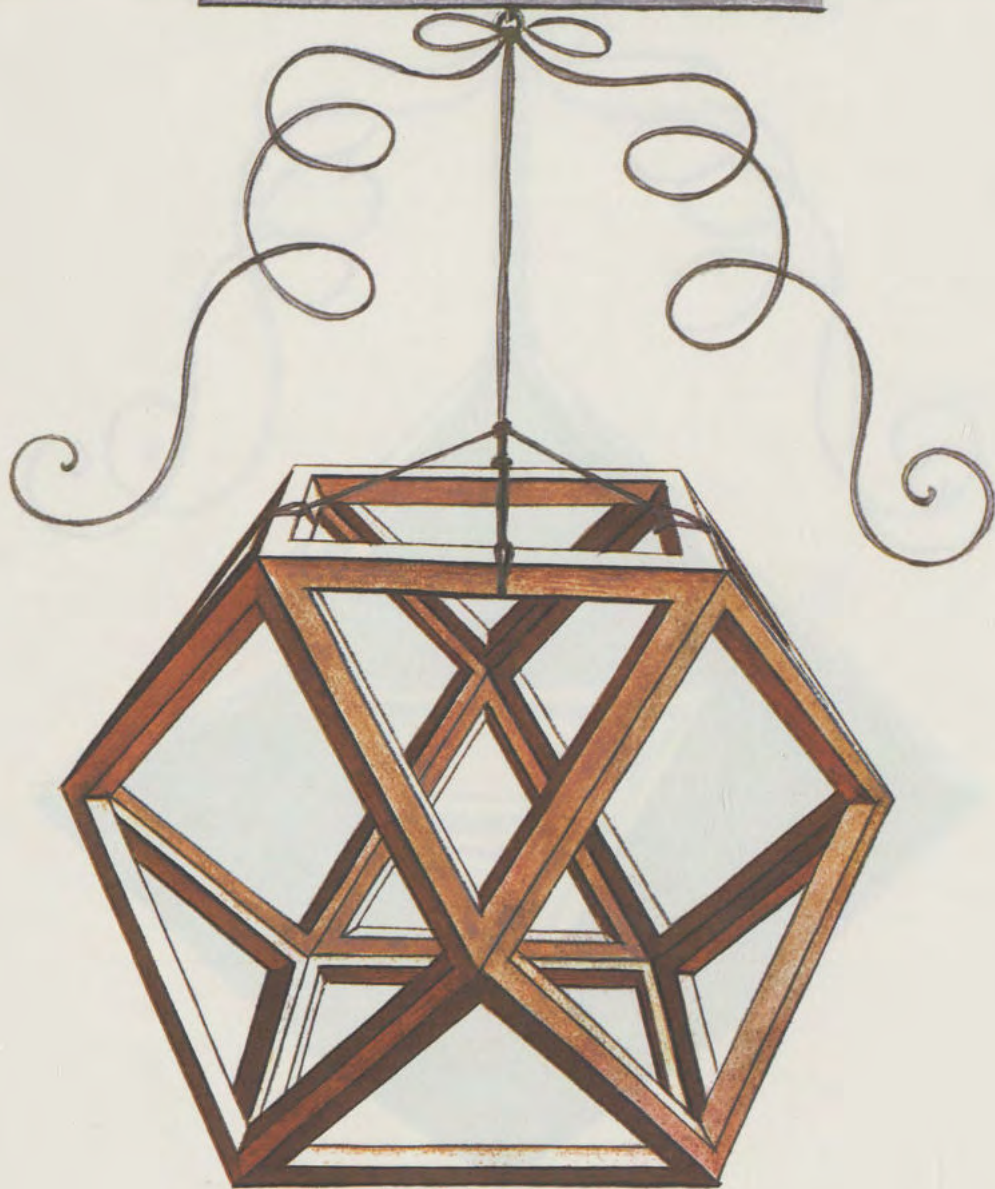
TETRACEDRON ELEVA TVS VACVVS

Τετραεδρον ἀξηρθέν κενόν.

EXACEDRON PLANVS SOLIDVS.

VII

Ἑξάεδρον ἐπίπεδον στερεόν

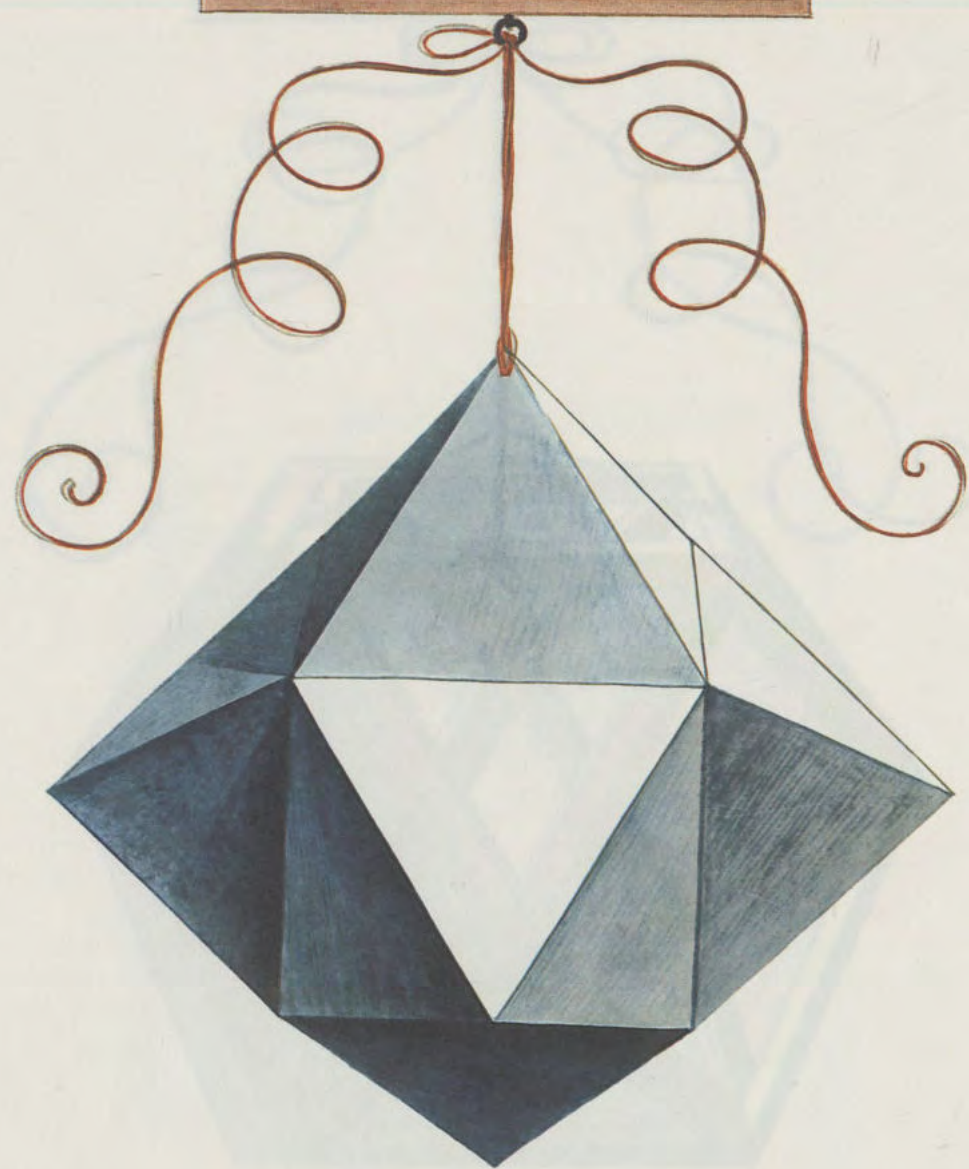
EXACEDRON PLANVS VACVVS.

VIII

Ἑξάεδρον ἐπίπεδον κενόν.

EXACEDRON ABSCISVS
SOLIDVS.

VIIII

Ἑξάεδρον ἀφαιρεθεὺς στερεόν.

X

Ἑξάεδρον ἀφαιρεθὲν κενόν.

EXACEDRON ELEVA TVS SOLIDVS.

XI

ἑξάεδρον ἀρθὲν στερεόν.

EXACEDRON ELEVA
TVS VACVVS.

XII

Ἑξάεδρον ἠρθὲν κενὸν.

XIII

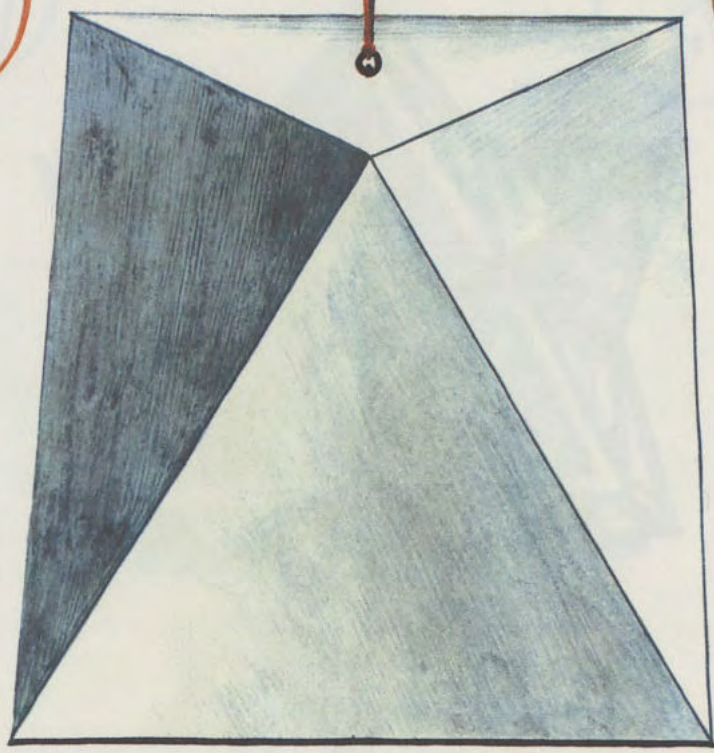
ἑξάεδρον ἀφαιρεθὲν ἐπηρθὲν στερεόν.

EXACEDRON ABSCISVS ELEVATVS VACVVS.

XIIII

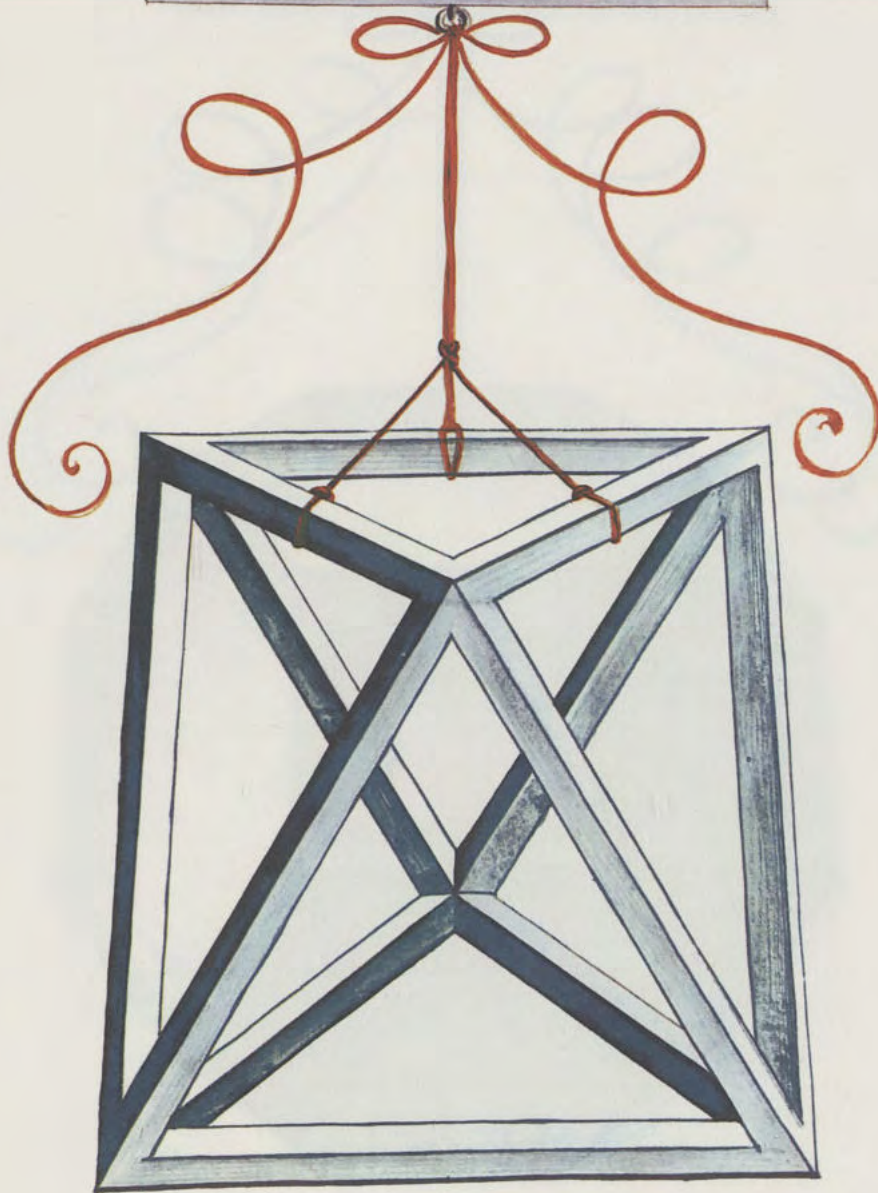
Ἑξάεδρον ἀφαιρεθὲν ἐπηρμένον κενόν.

OCTOEDRON PLANVS
SOLIDVS

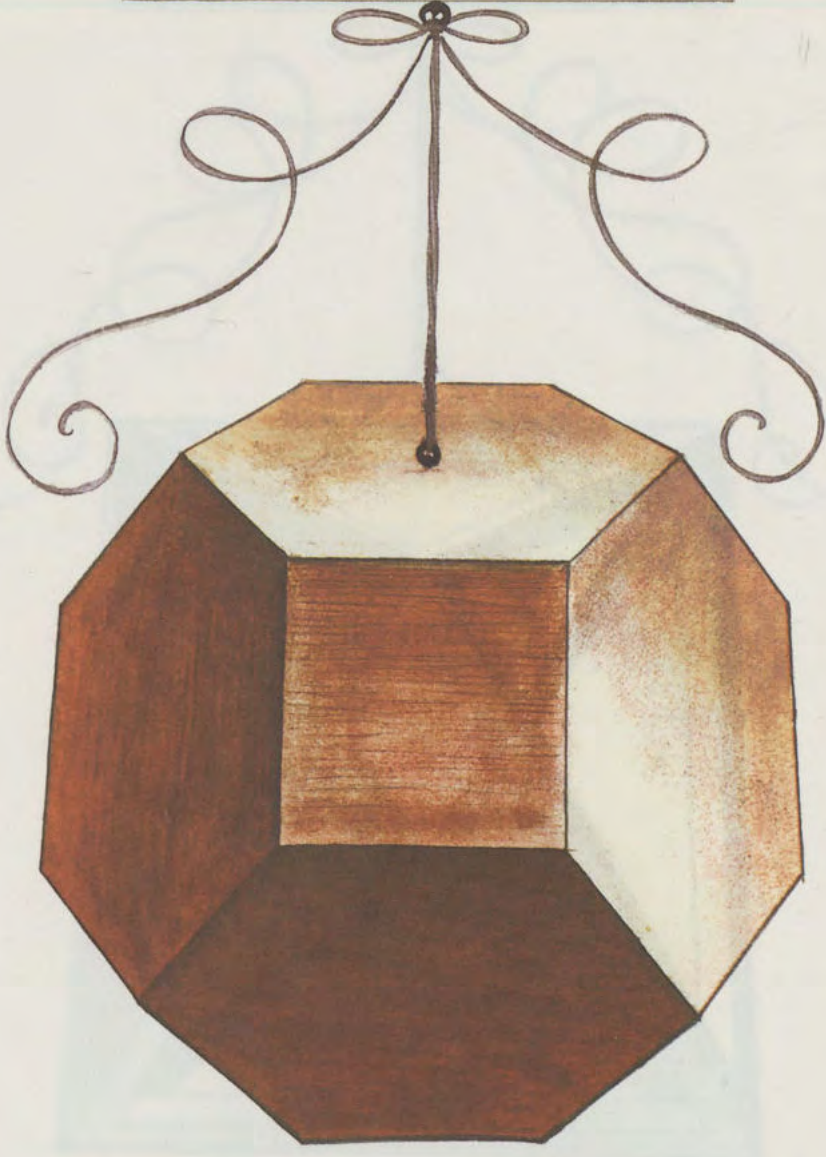
XV

ὀκτάεδρον ἐπίπεδον στερεόν.

OCTOCEDRON PLANVS
VACVVS.

XVI

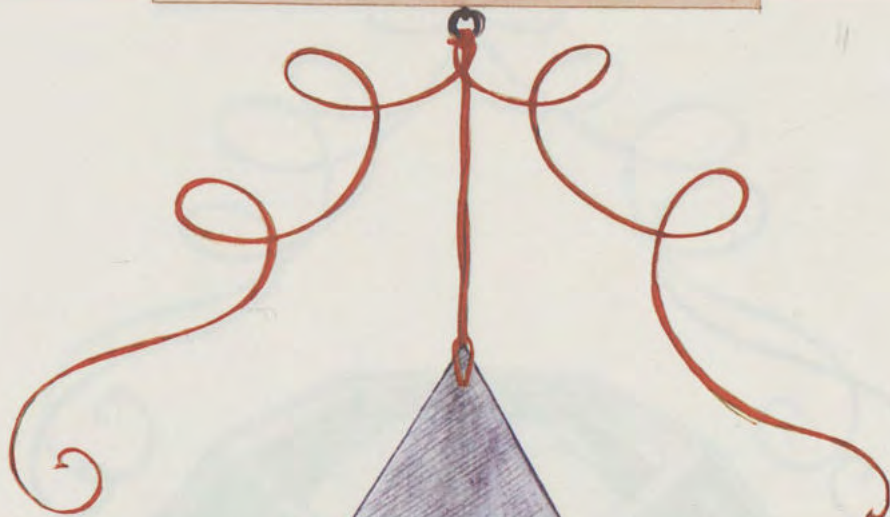
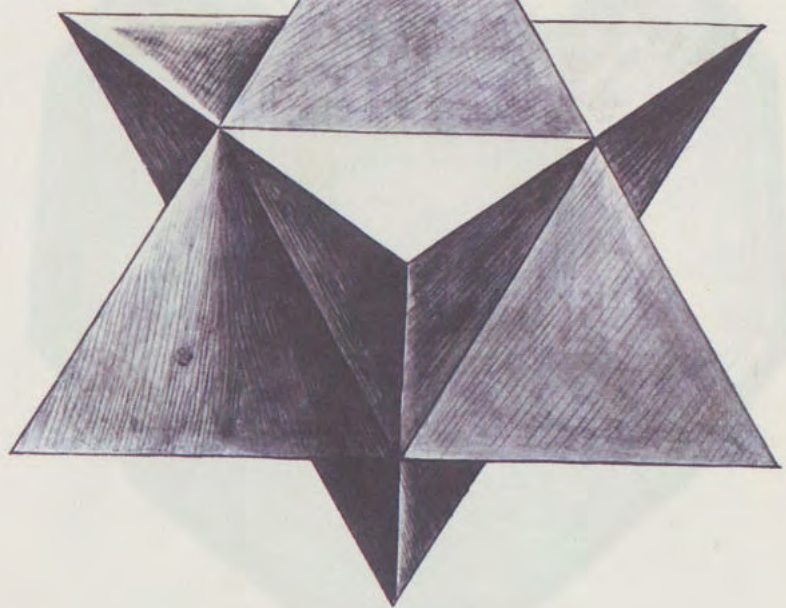
Οκτάεδρον ἐπίπεδον κενόν.

OCTOCEDRON ABSCISVS
SOLIDVS.

XVII

ὀκταέδρου ἀφαιρετὸς στερεόν.

OCTOCEDRON ABSCISVS
VACVVS.

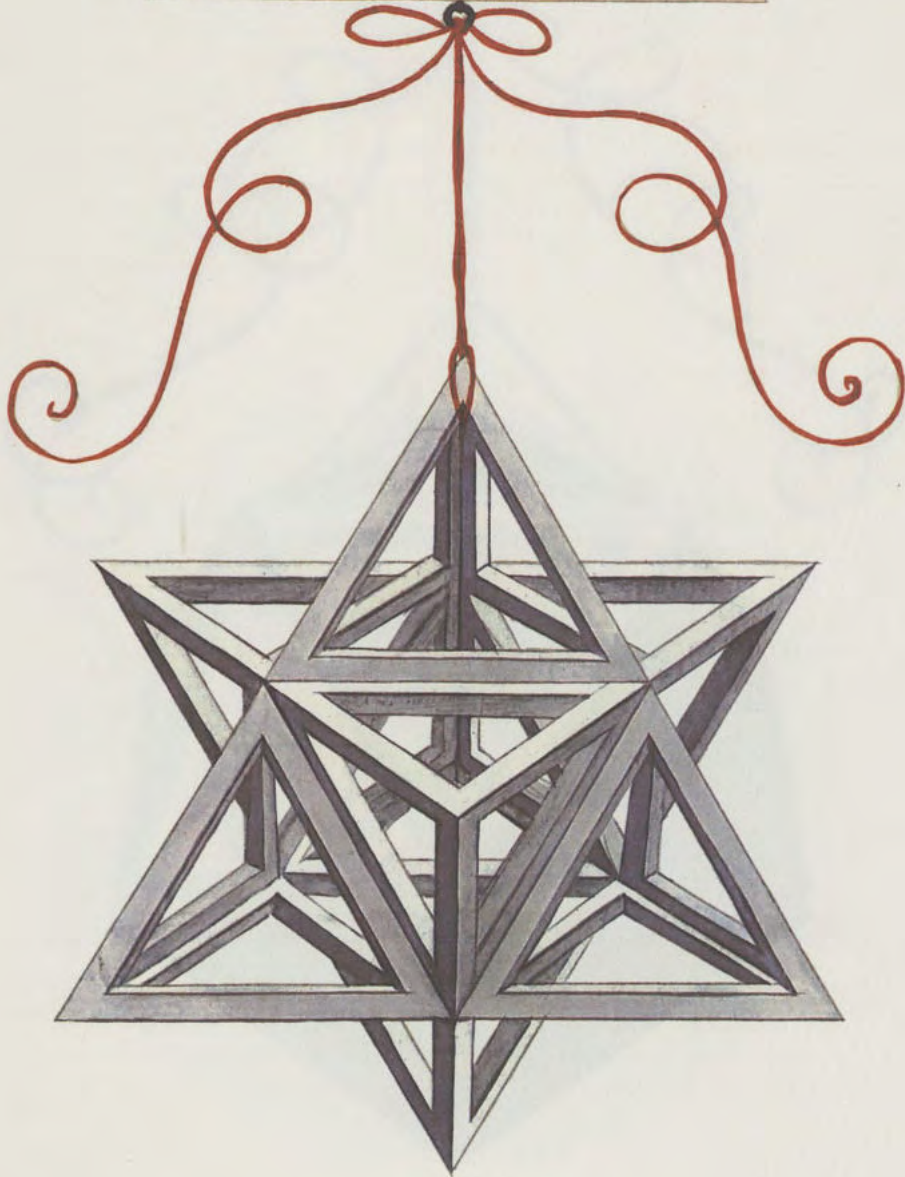
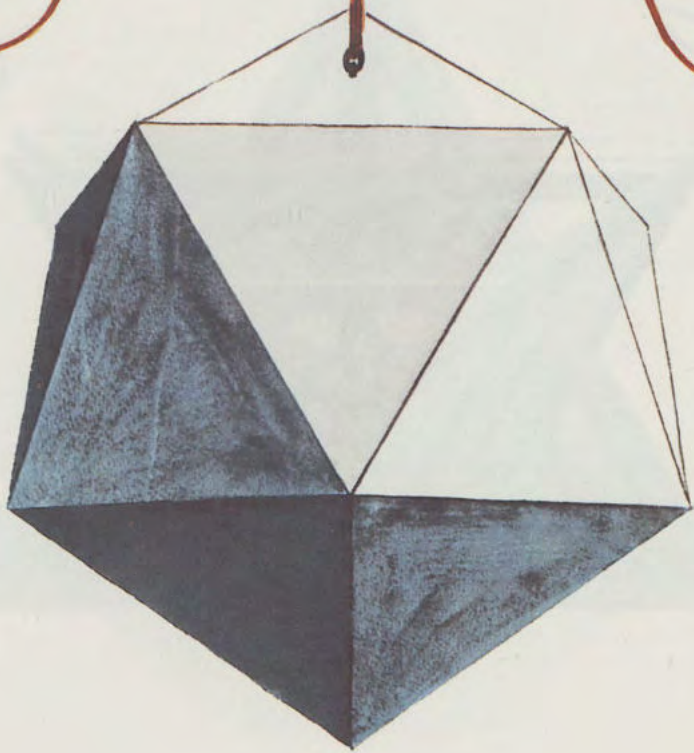
XVIII

Ὀκτάεδρον ἀφαιρεθὲν κενόν.

OCTOCHDRON ELEVATUS SOLIDUS

XVIIII

Οκταεδρον ἀρθέν στερεόν.

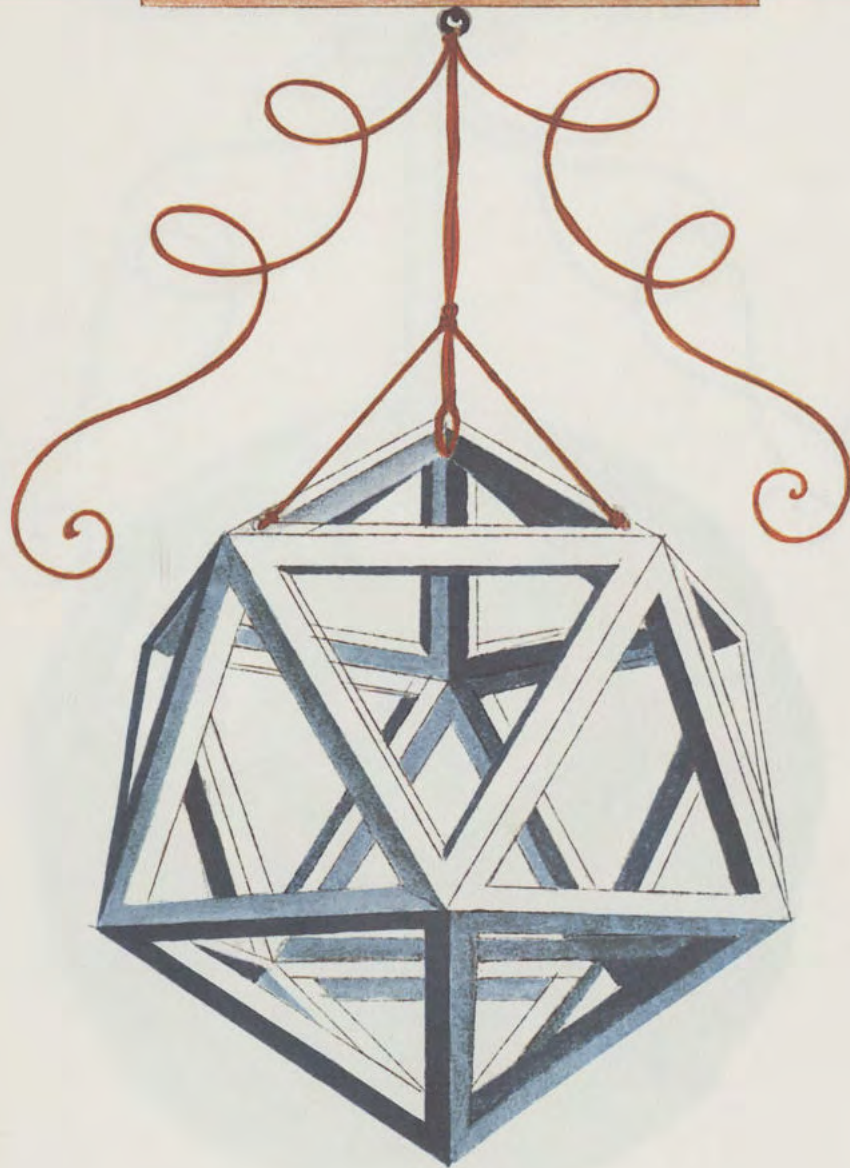
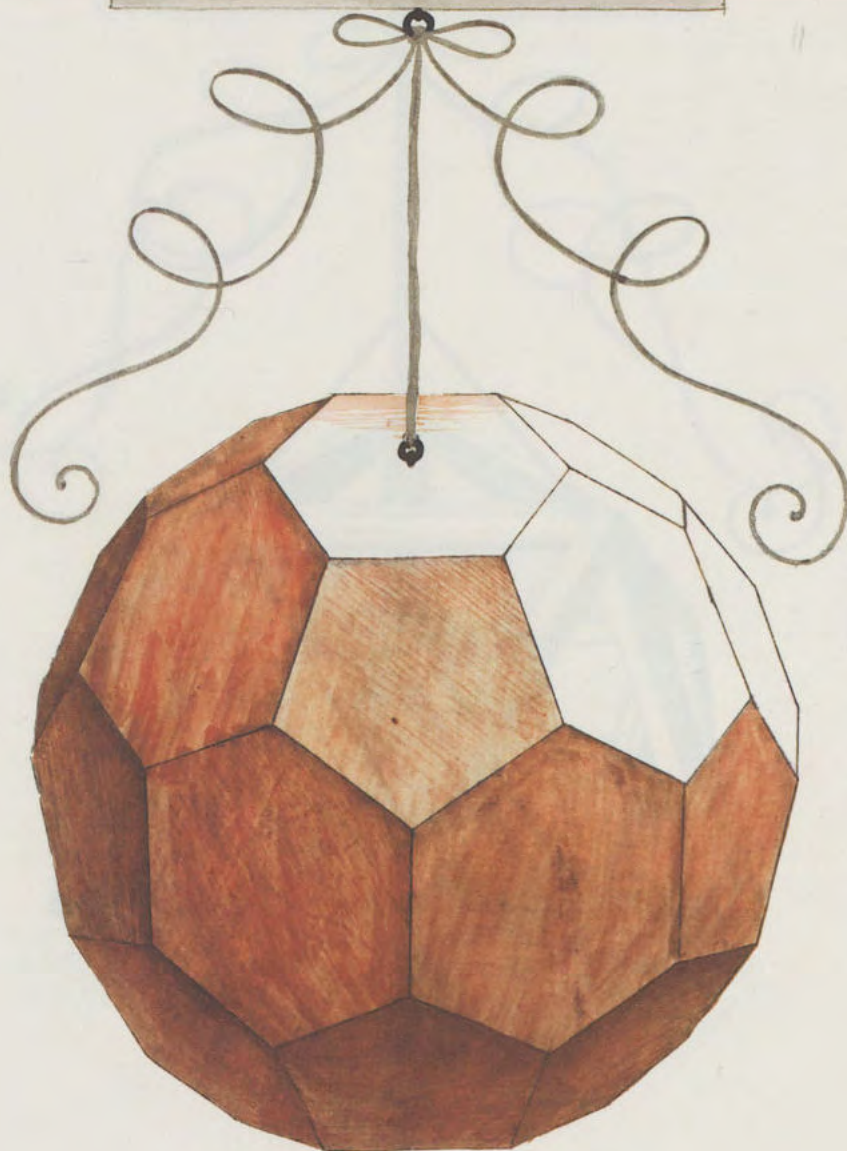
OCTOCEDRON ELEVA
TVS VACVVS

XX

Οκτάεδρον αὐξηθὲν κενόν.

YCOCEDRON PLANVS. SOLIDVS.

Εἰκοσαέδρον ἐπίπεδον στερεόν.

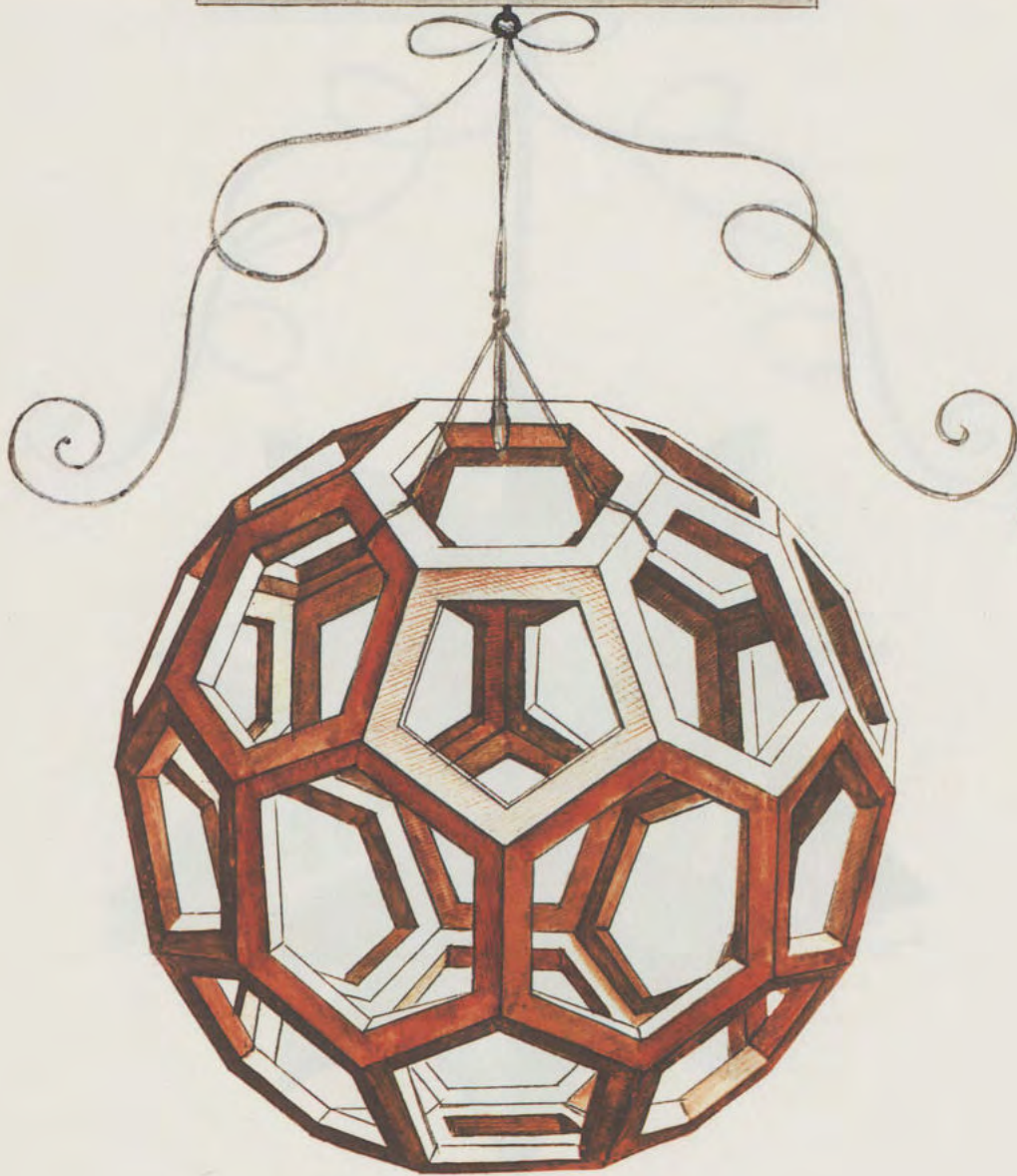
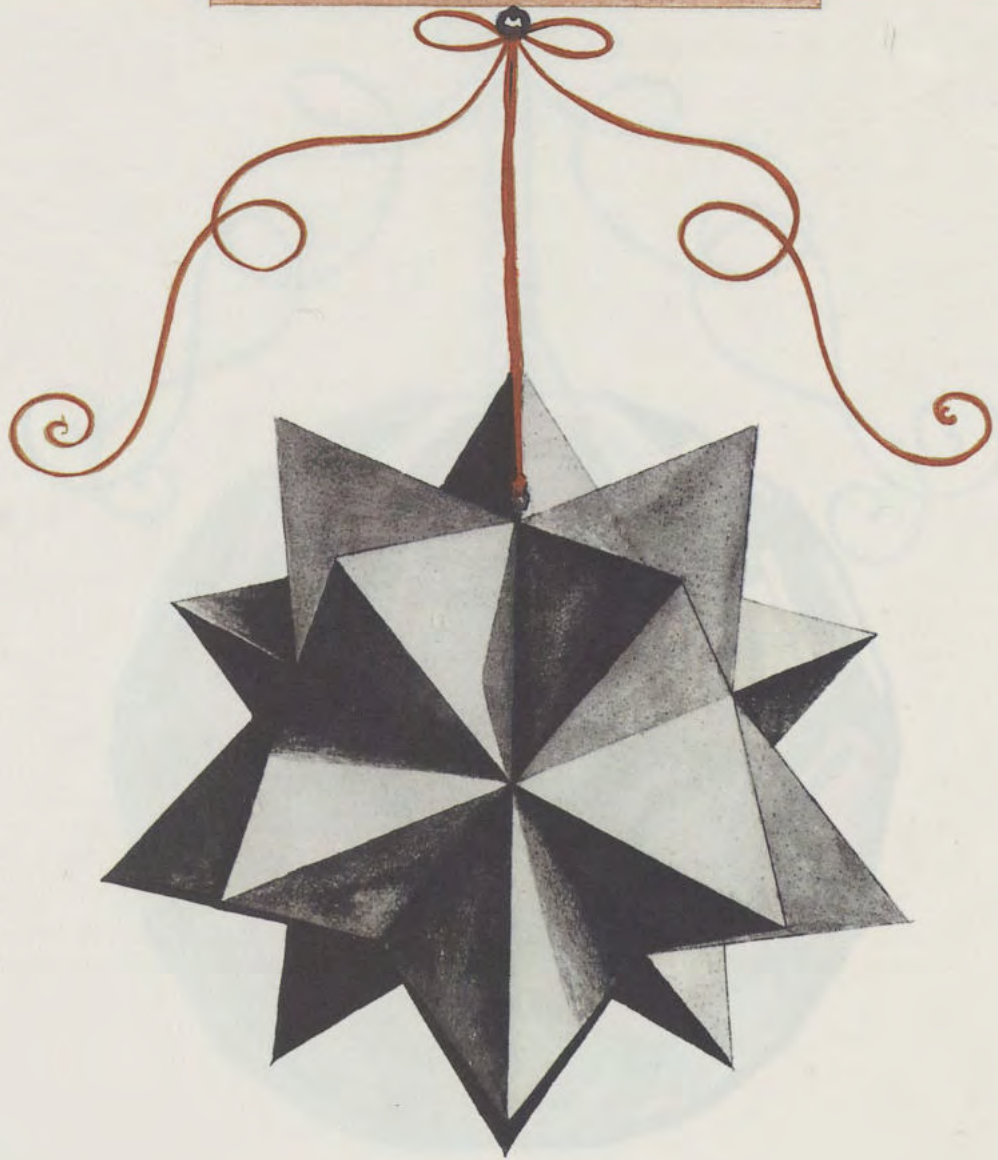
YCOCEDRON. PLANVS. VACVVS.

XXII

Εἰκοσάεδρον ἐπίπεδον κενού.

YCOCEDRON ABSCISVS· SOLIDVS

XXIII

Εἰκοσάεδρον ἀφαιρεθὲν στερεόν.

YCOCEDRON · ABSCISVS
VACVVS.

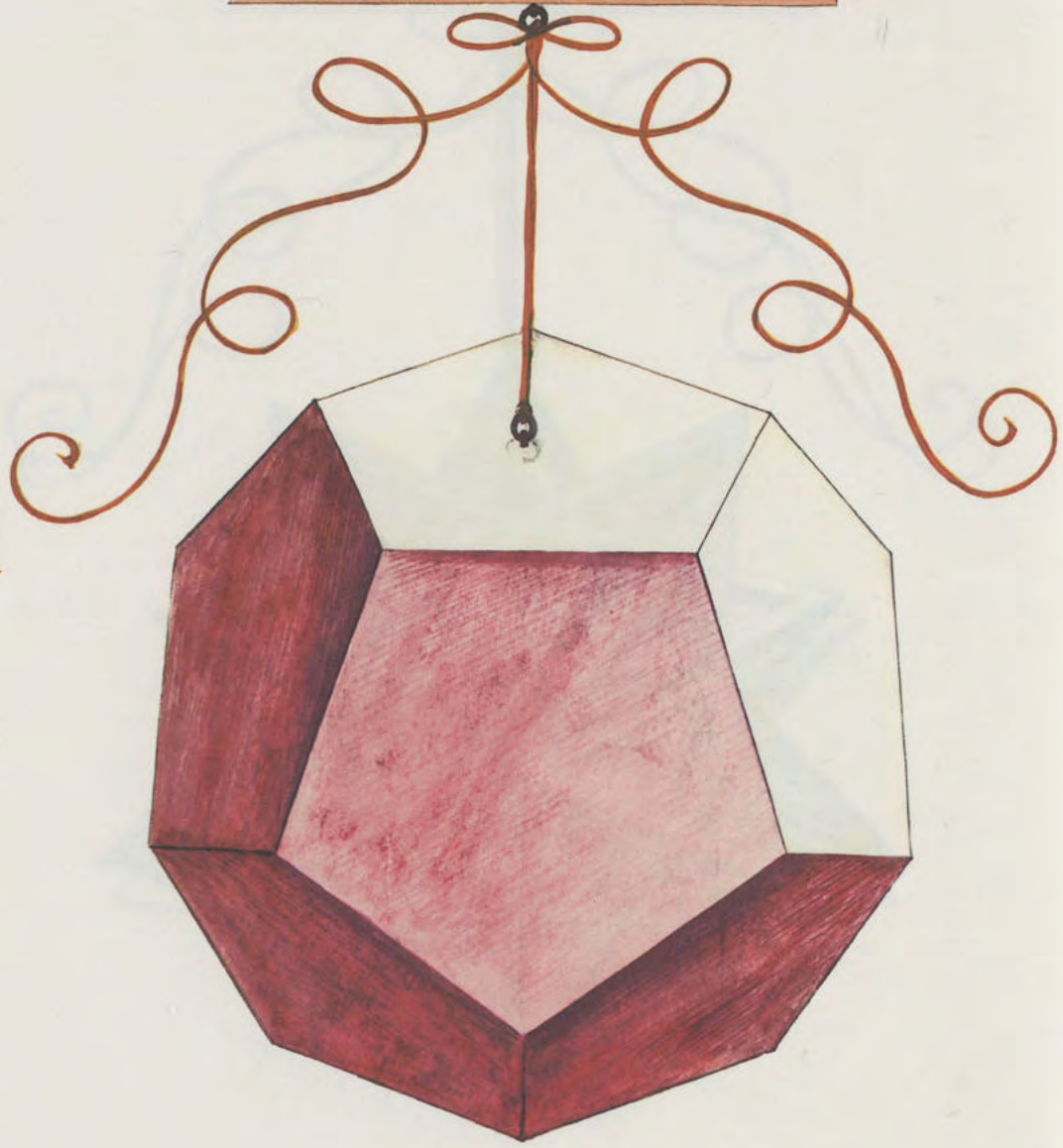
Εικοσάεδρον ἀφαιρετὸν κενού.

YCOCEDRON ELEVATVS SOLIDVS.

XXV

Εἰκοσαέδρου ἐξαρθεύ στερεού.

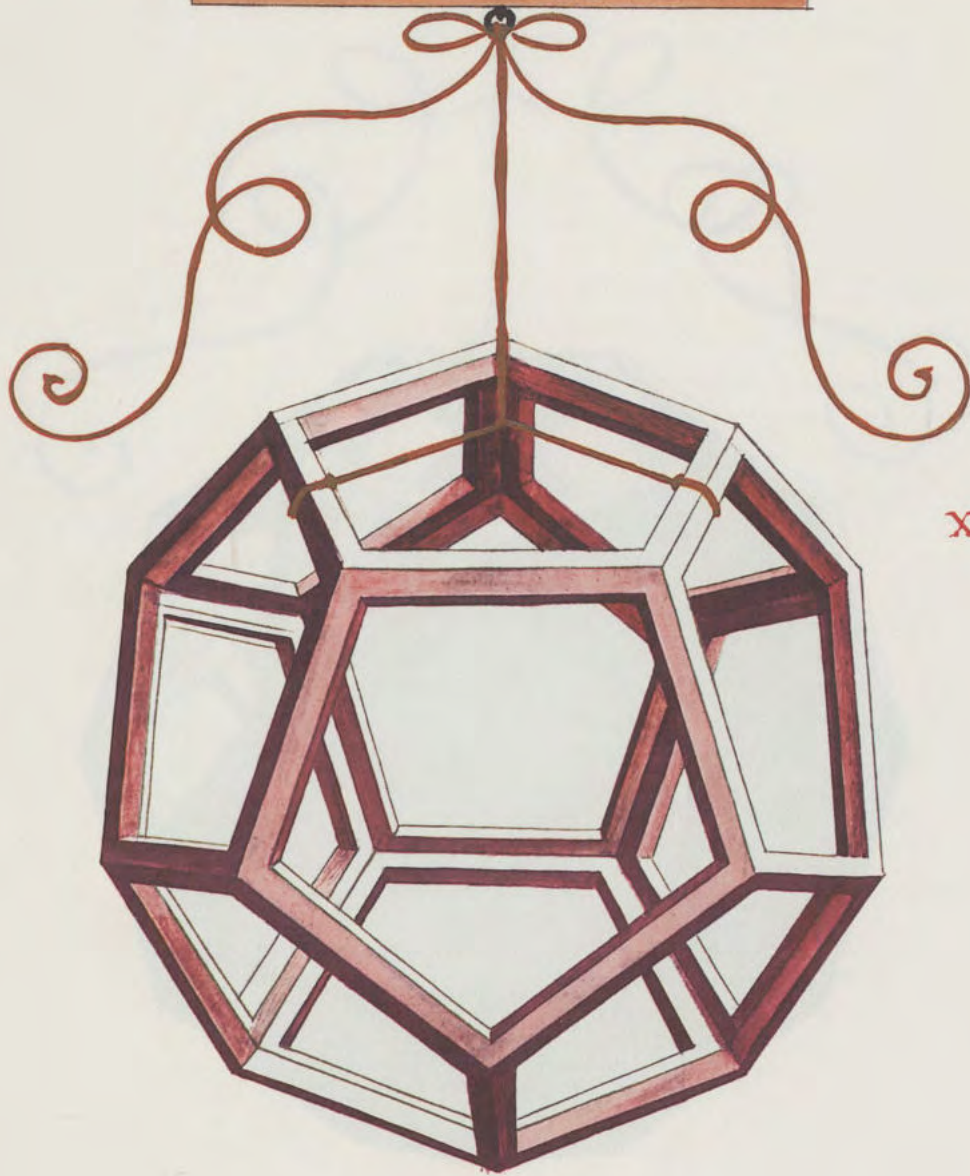
YCOCEDRON ELEVATVS
VACVVS.

XXVI

Εἰκοσαέδρου ἐξηρμένου κενοῦ.

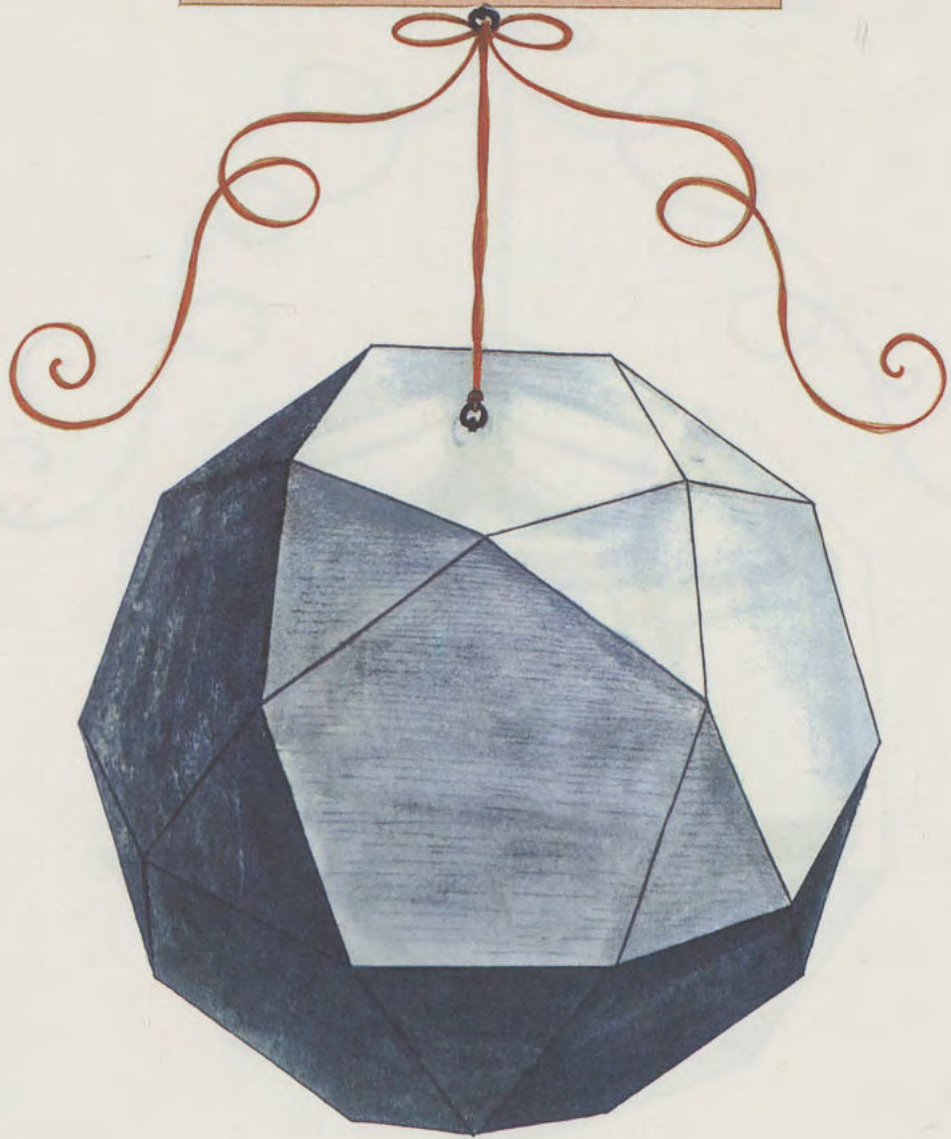
DVODECEDRON PLA.
NVS SOLIDVS.

XXVII

δωδεκάεδρον ἐπίπεδον ϛβα"

DVODECEDRON PLANVS
VACVVS.

XXVIII

Δωδεκάεδρου ἐπιπέδου κενού.

DVODECEDRON ABSCI
SVS SOLIDVS

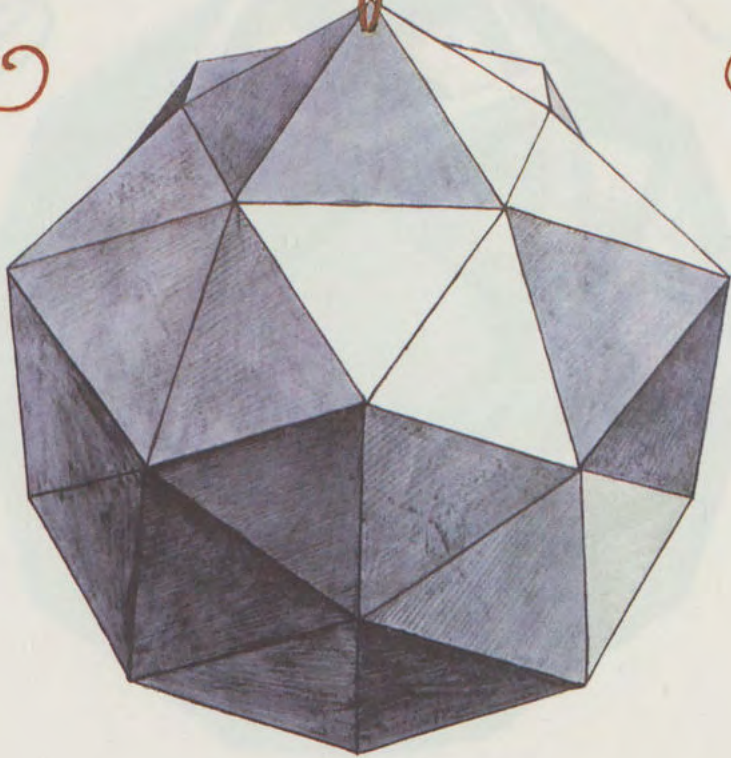
Δωδεκάεδρον ἀφαιρεθὲν στερεόν

DVODECEDRON ABSCI
SVS VACVVS.

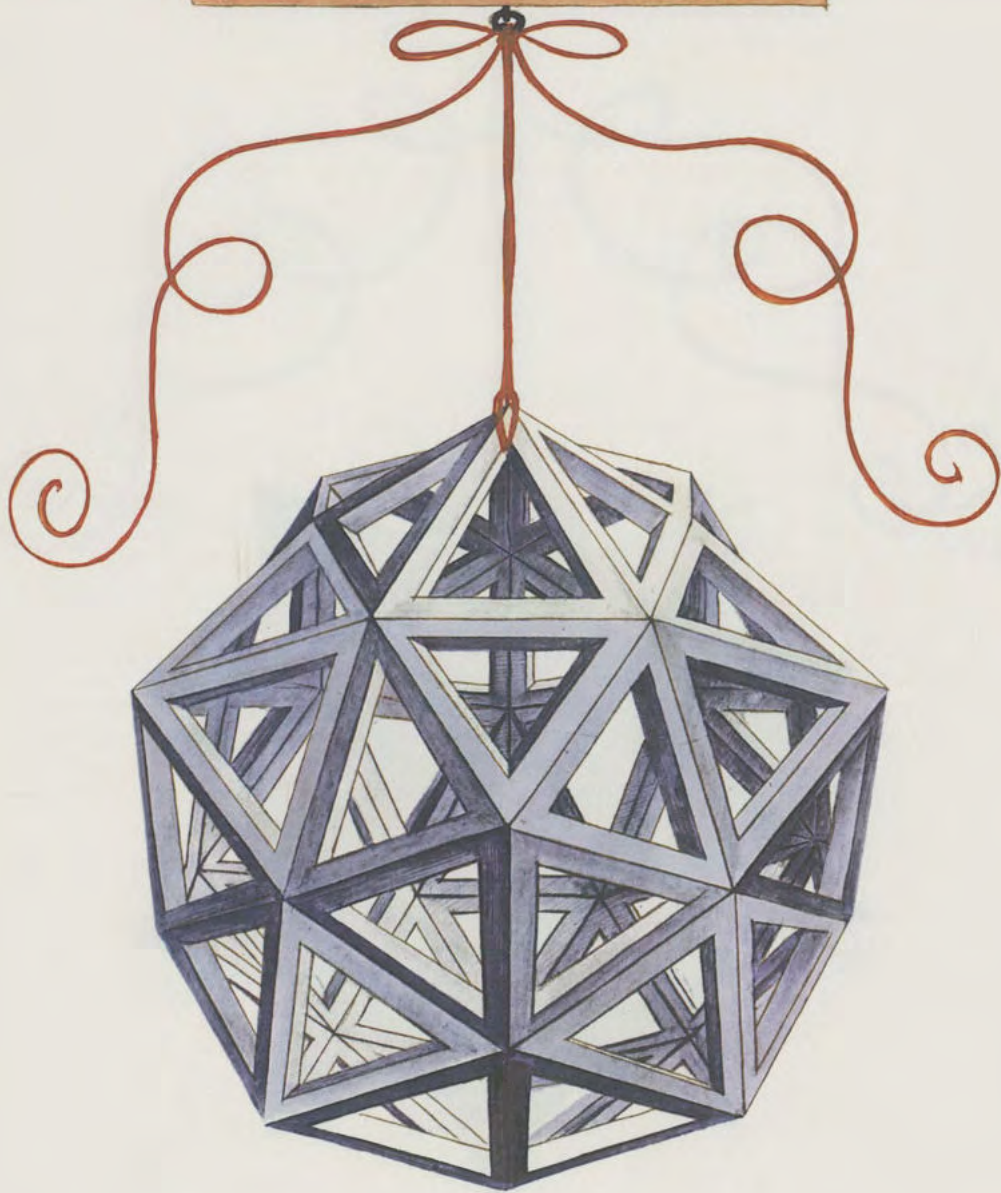
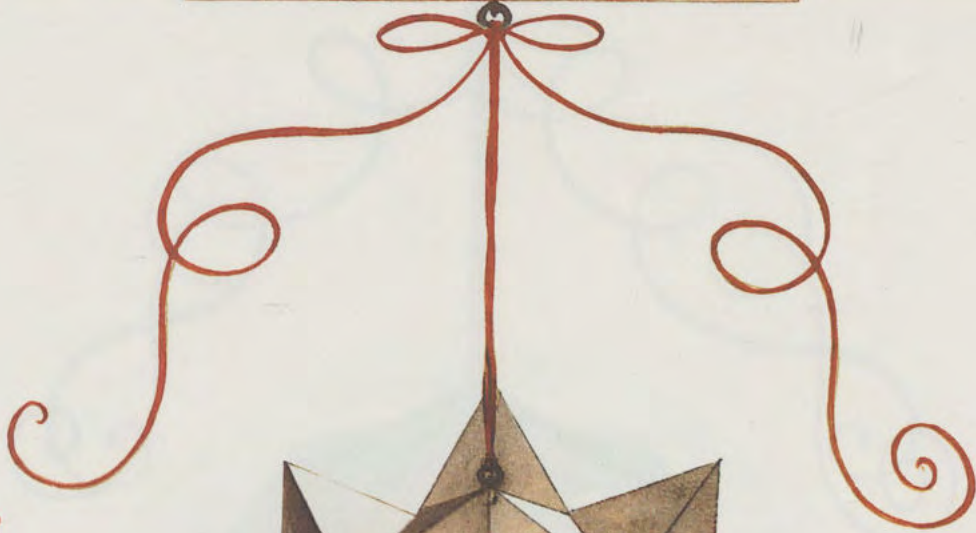
XXX

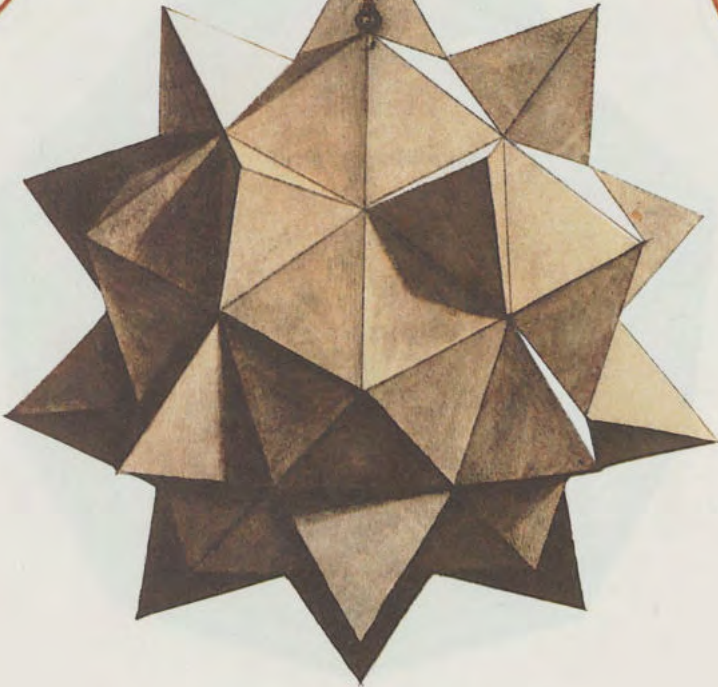
Δωδεκάεδρον ἀφαιρεθὲν κενόν.

DVODECEDRON ELE
VATVS SOLIDVS

XXXI

Δωδεκαέδρου ἐπηρμένου στερεόν.

DVODECEDRON ELEVA
TVS VACVVS

Δωδεκαέδρον ἀρθὲν κενόν·

DVODECEDRON ABSCI
SVS ELEVATVS SOLIDVS.

XXXIII

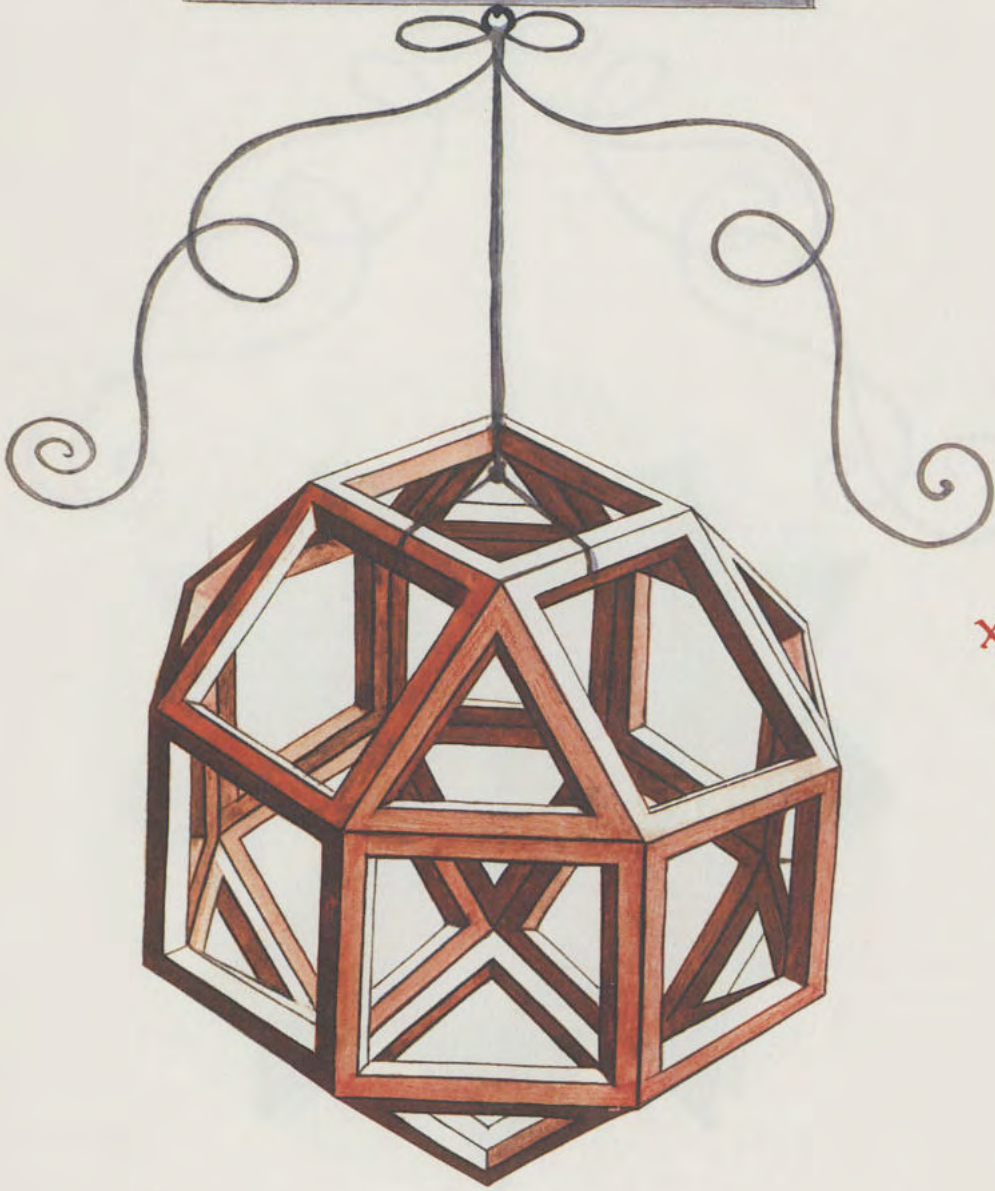
δωδεκάεδρον ἀφαιρετὸν στερεόν

DVODECEDRON ABSCI
SVS ELEVATVS VACVVS.

XXXIIII

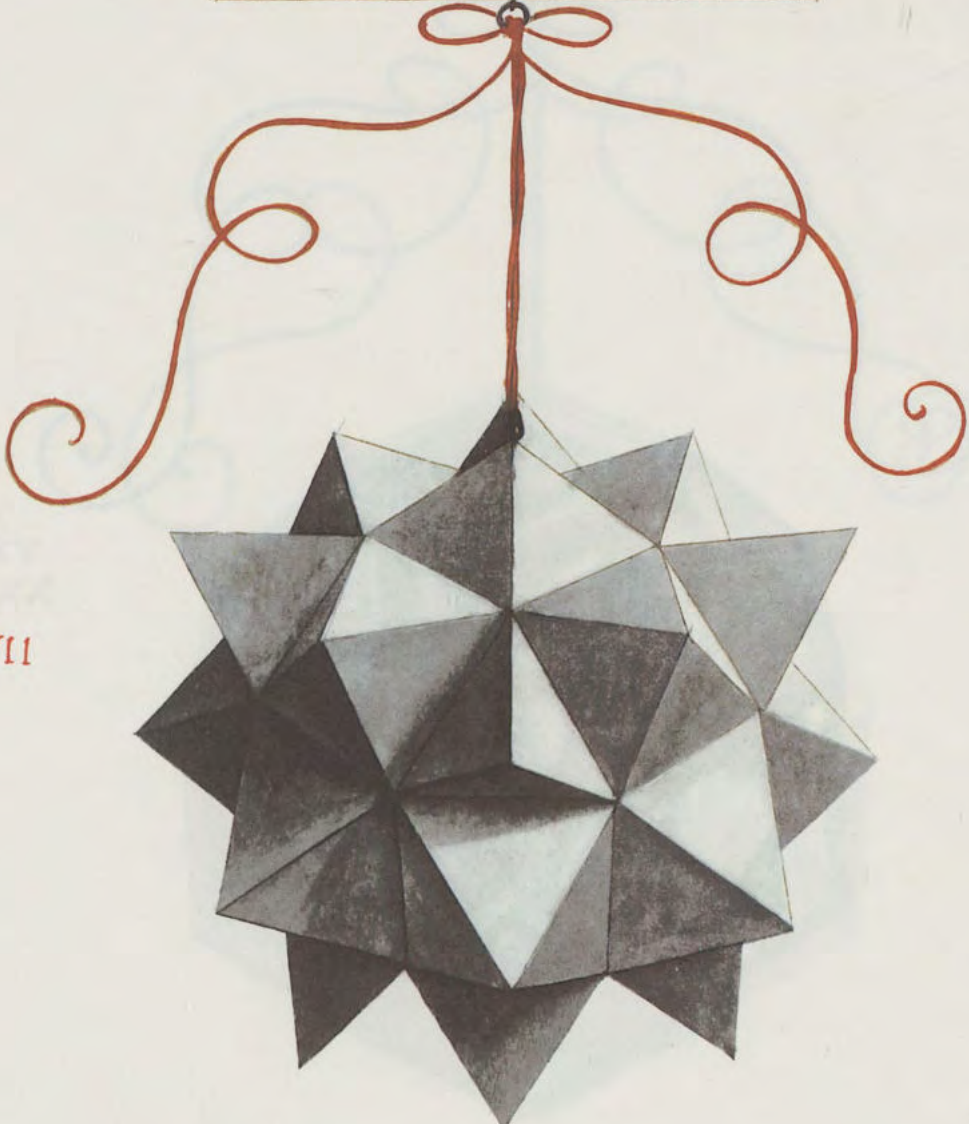
Δωδεκάεδρον ἀφαιρετὸν ἐξηρμένον κενόν.

VIGINTI SEX BASIVM
PLANVS SOLIDVS

XXXV

Εἰκοσιέξ βάσεων ἐπίπεδον στερεόν.

XXXVI

Εἰκοσιέξ βασέων ἐπίπεδον κενόν·

VIGINTISEX BASIVM
ELEVATVS SOLIDVS

XXXVII

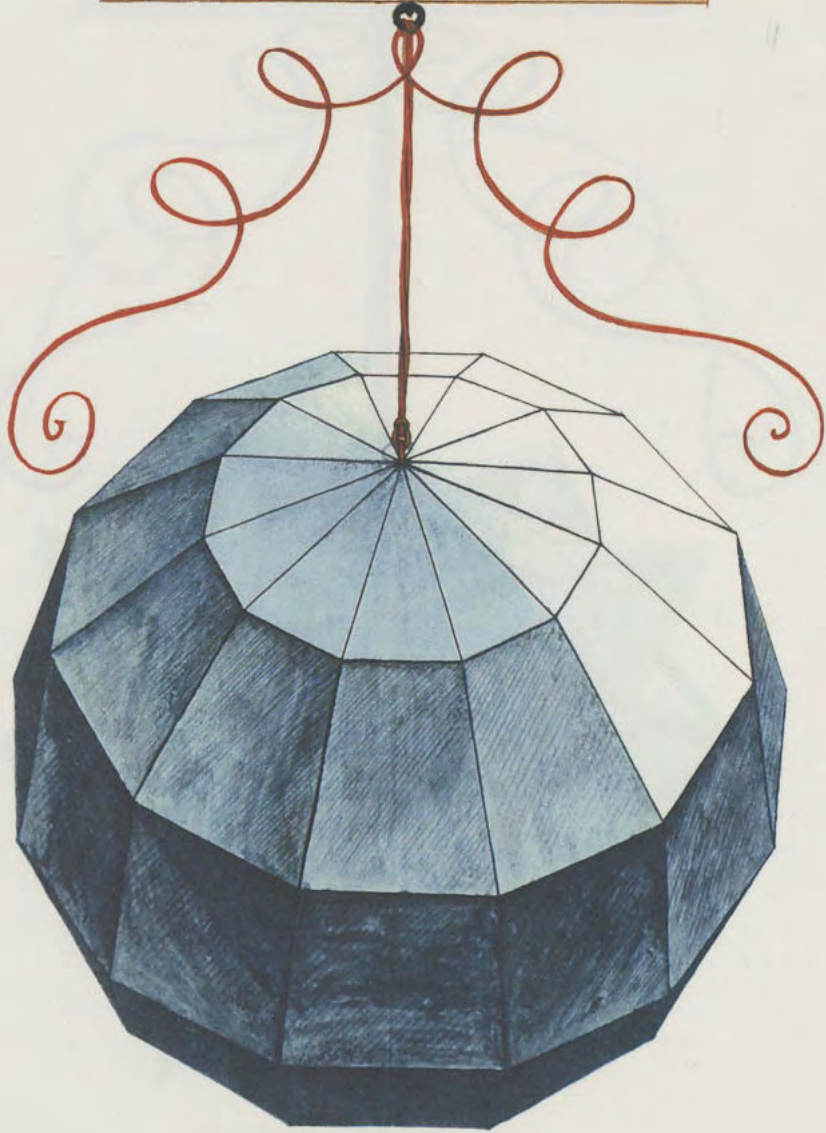
Εἰκοσιέξ βάσεων ἐξηρμένον στερεόν

VIGINTISEX BASIVM ELE
VATVS VACVVS

XXXVIII

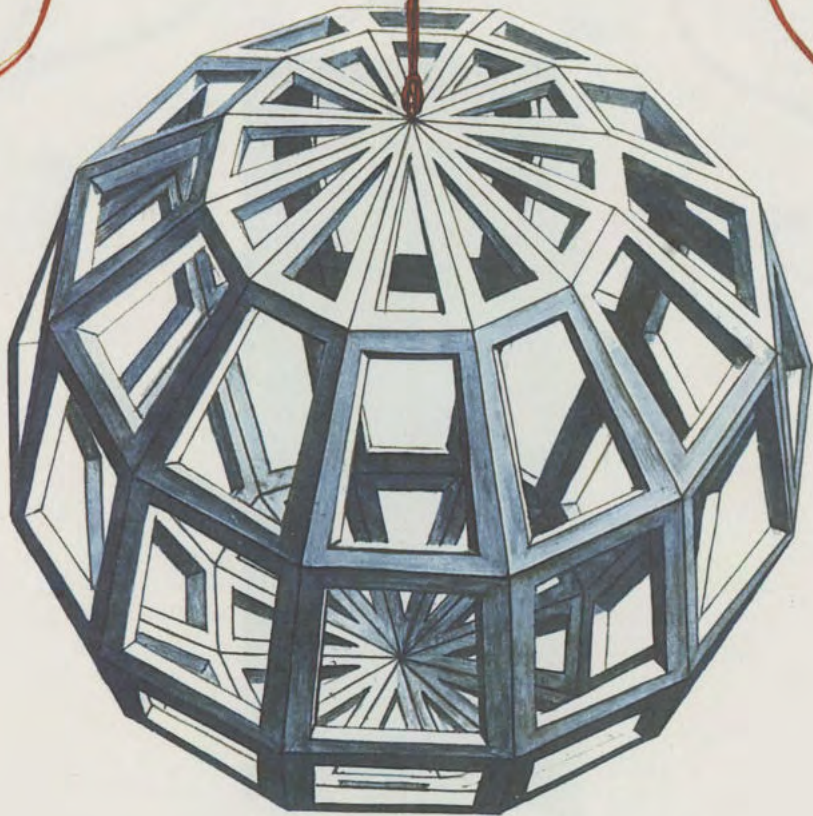
Εἰκοσιέξ βάσεων ἐξηρμένον κενόν.

SEPTVAGINTA DVARVM BASIVM SOLIDVM

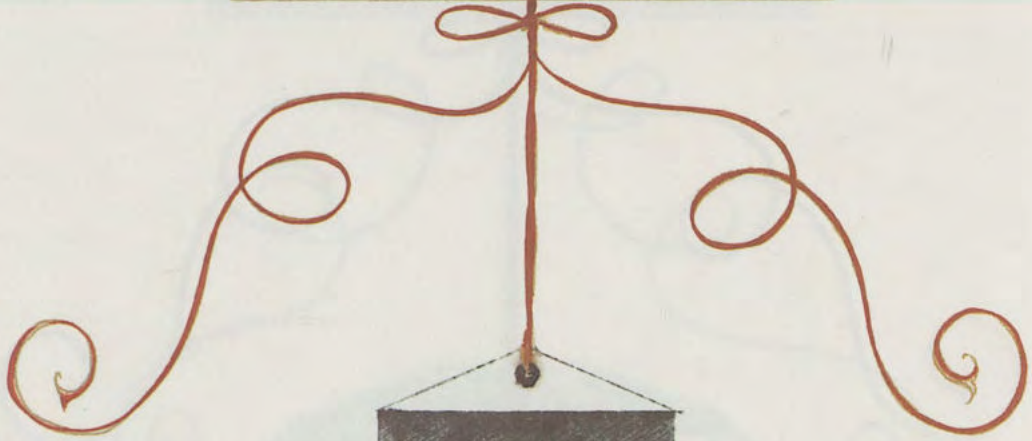
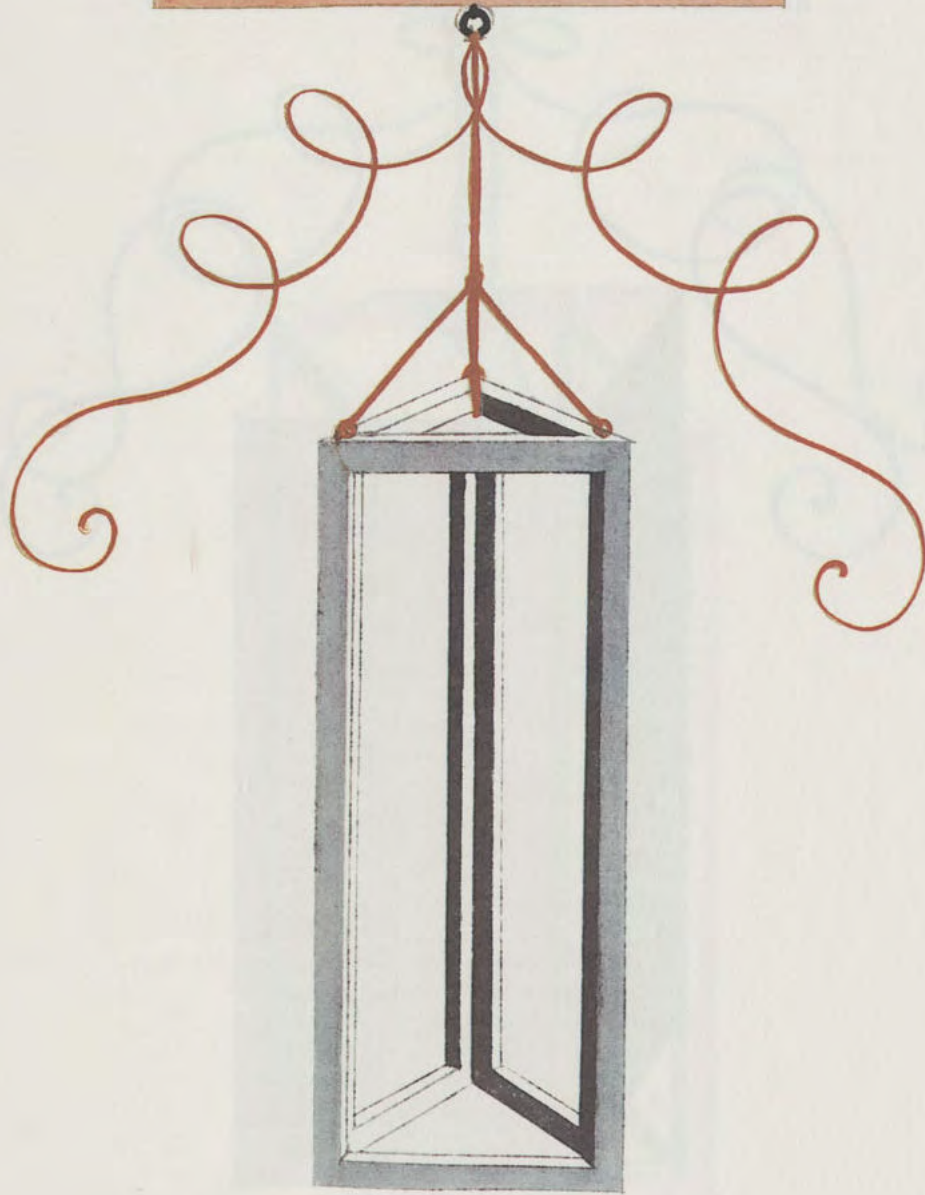
XXXIX

Ἑβδομήκοντα δύο βάσεων στερεόν.

SEPTVAGINTA DVARVM
BASIVM VACVVM

XL

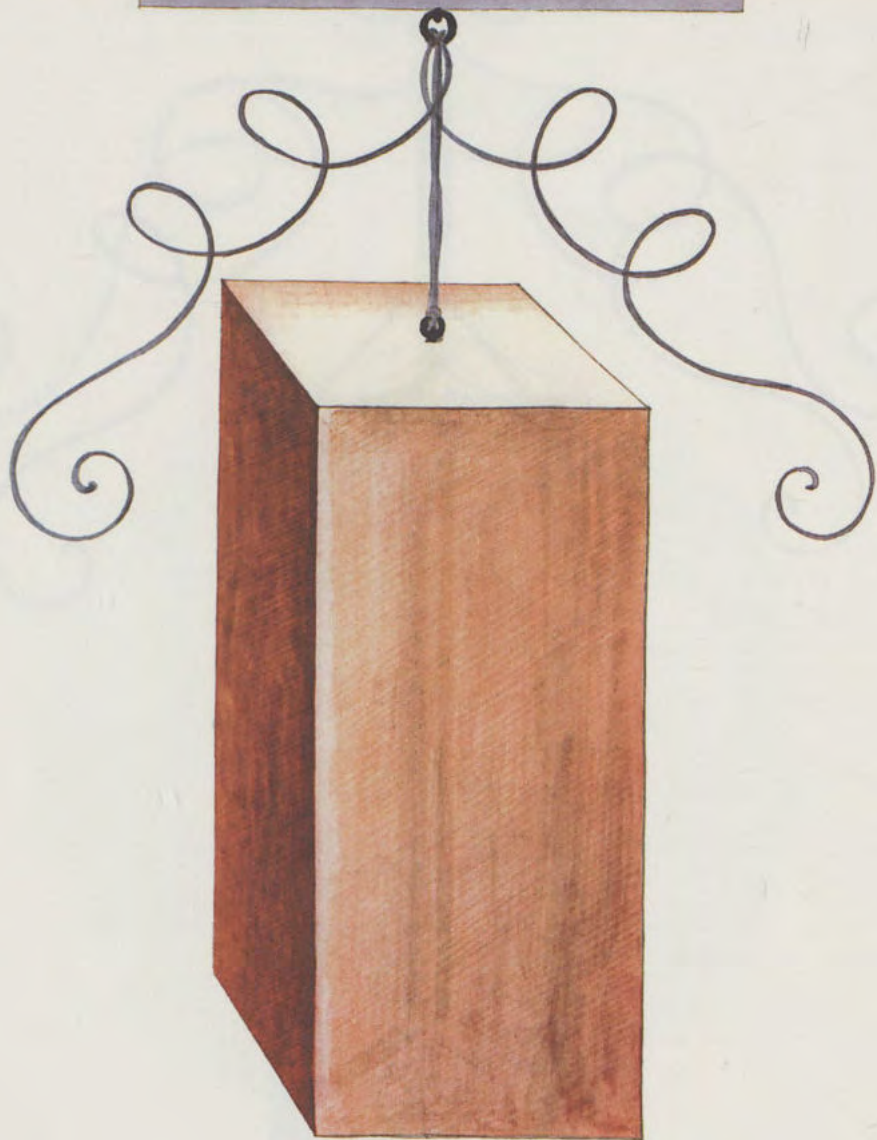
Ebdomicontadiobasacenon.

COLVMNA LATERATA TRI
ANGVLA SOLIDA.

XLIII

Κυλίνδρος πλευρικὸς τρίγωνος ἤγουν πρίσμα στερεός.

COLVMNA LATERATA TRI
ANGVLA VACVA

XLIIII

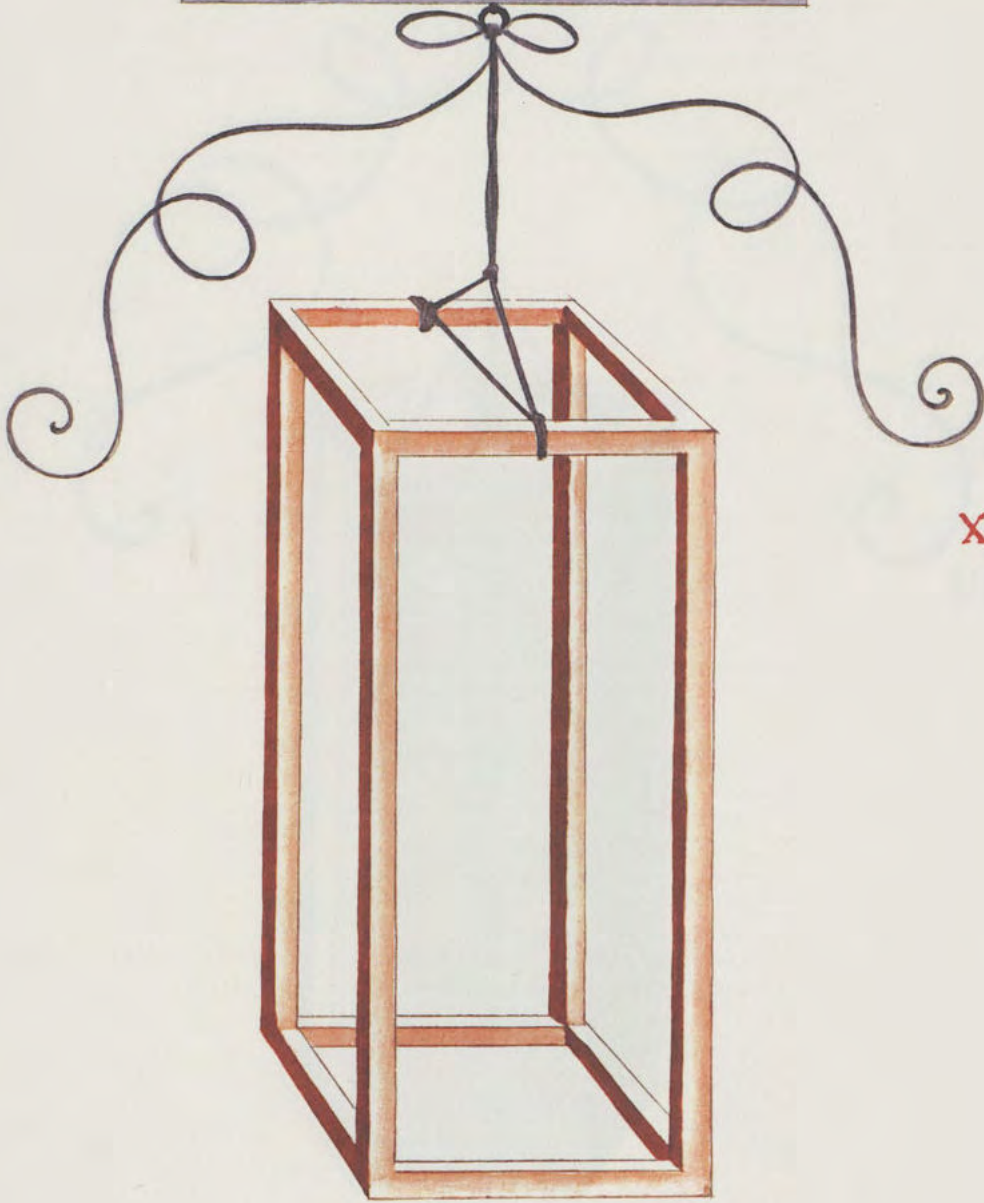
Κύλινδρος πλευρικὸς τρίγωνος κενὸς [illegible]

COLVMNA LATERATA
QVADRANGVLA SOLIDA

XLV

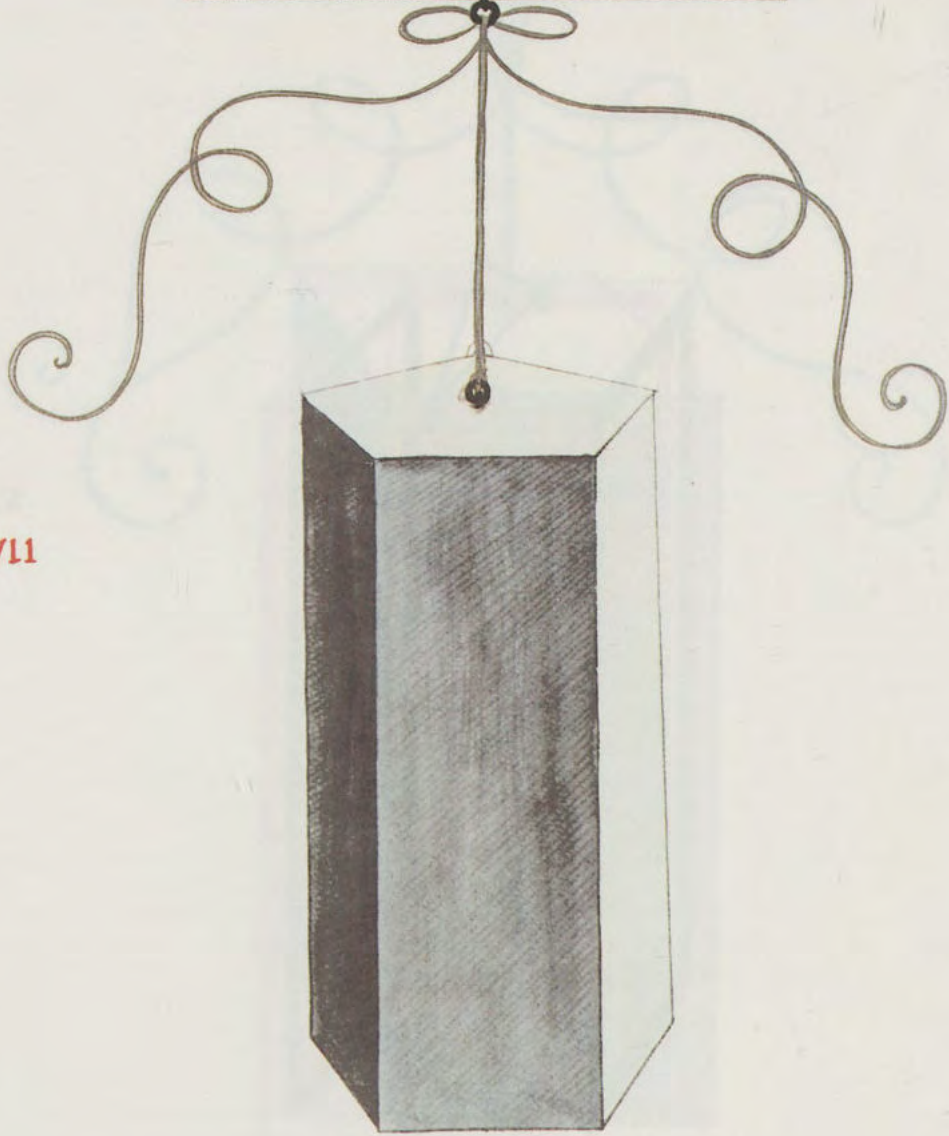
Κυλινδρος πλευρικος τέτραγωνος στερεός

COLVMNA LATERATA
QVADRANGVLA VACVA

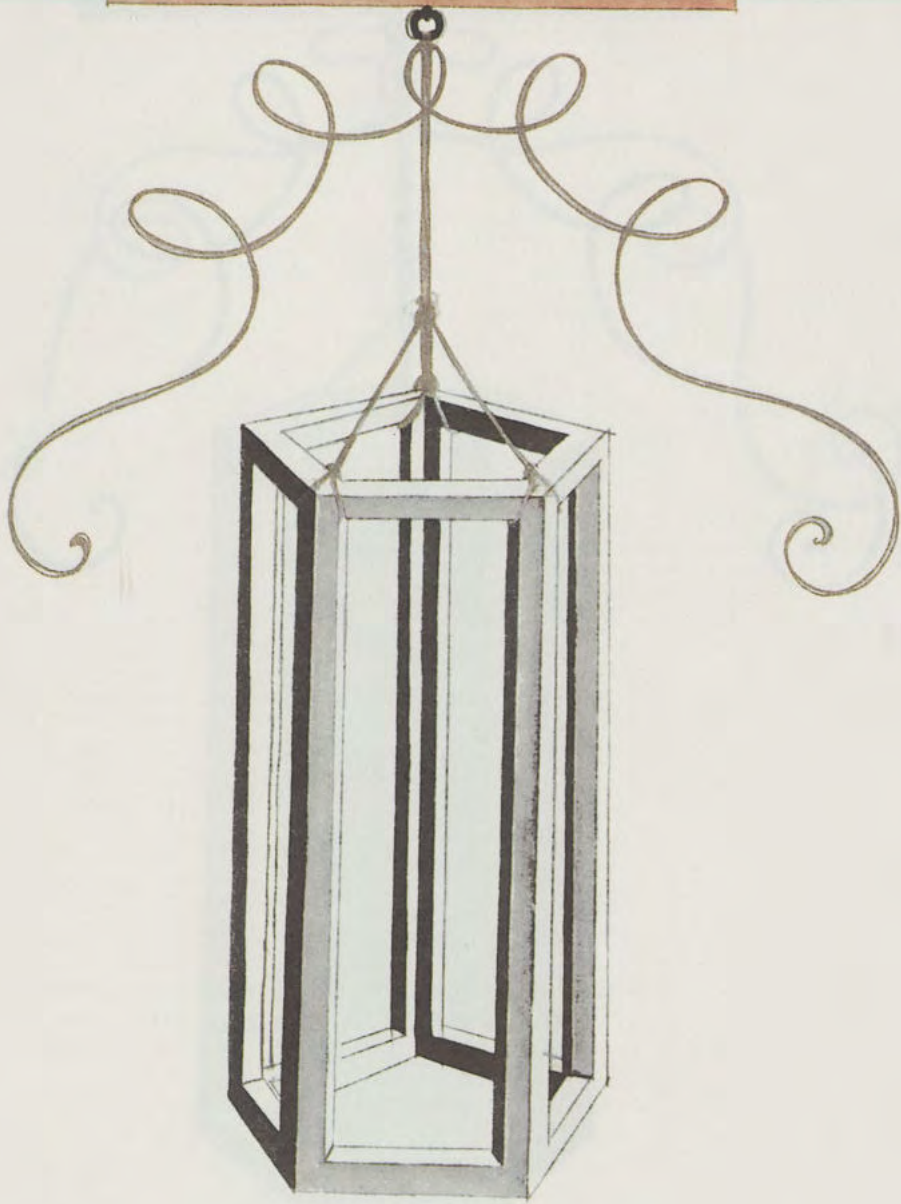
XLVI

Κυλινδρος πλευρικός τετράγωνος κενός.

COLVMNA LATERATA PENTAGONA SOLIDA

XLVII

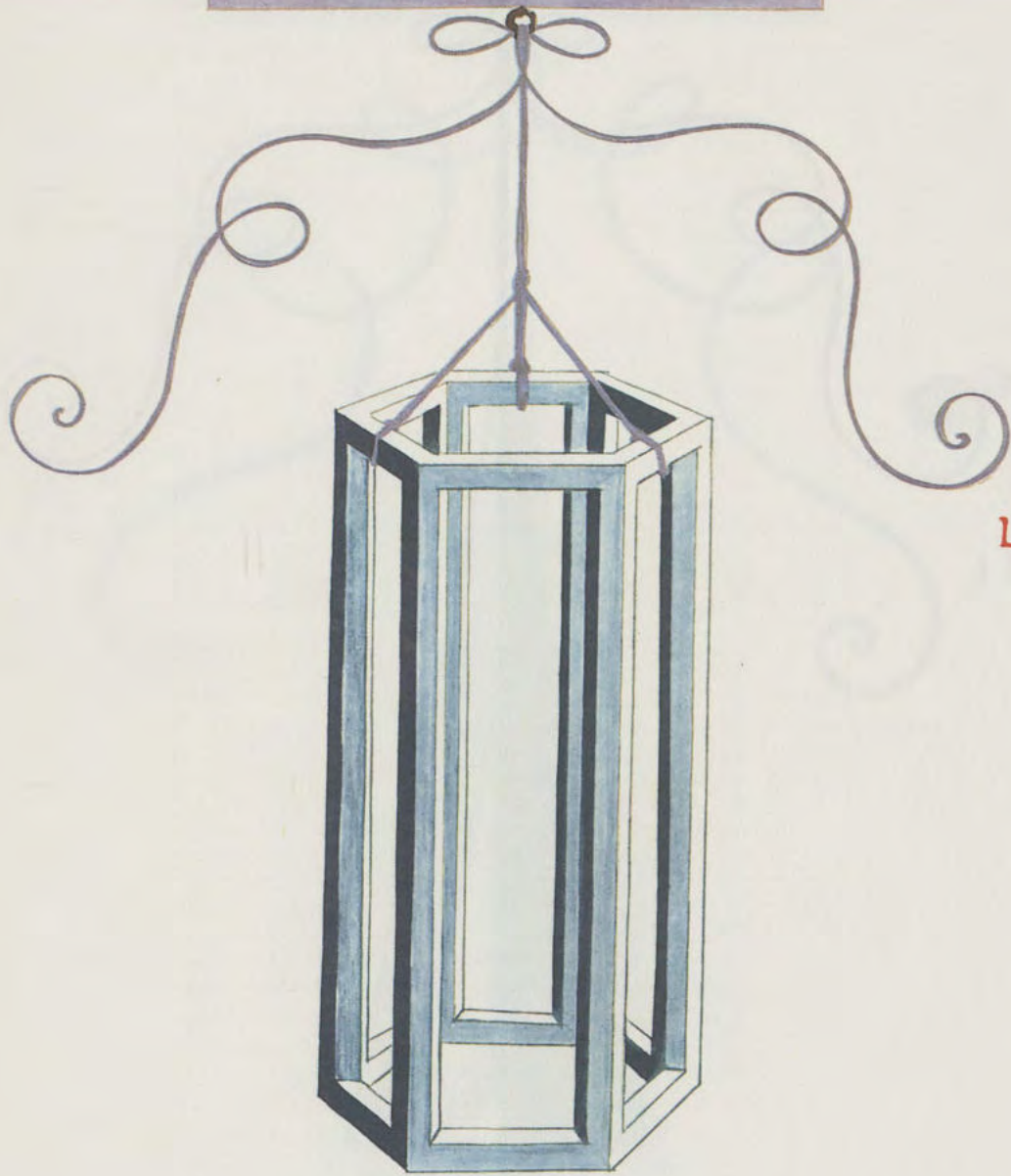
Κυλϊνδρος πλευρικός πενταγωνος στερεός·

COLVMNA LATERATA
PENTAGONA VACVA.

XLVIII

Κυλινδρος πλευρικός πενταγωνος κενός.

XLVIIII

κυλίνδρος πλευρικὸς ἑξαγωνος στερεός.

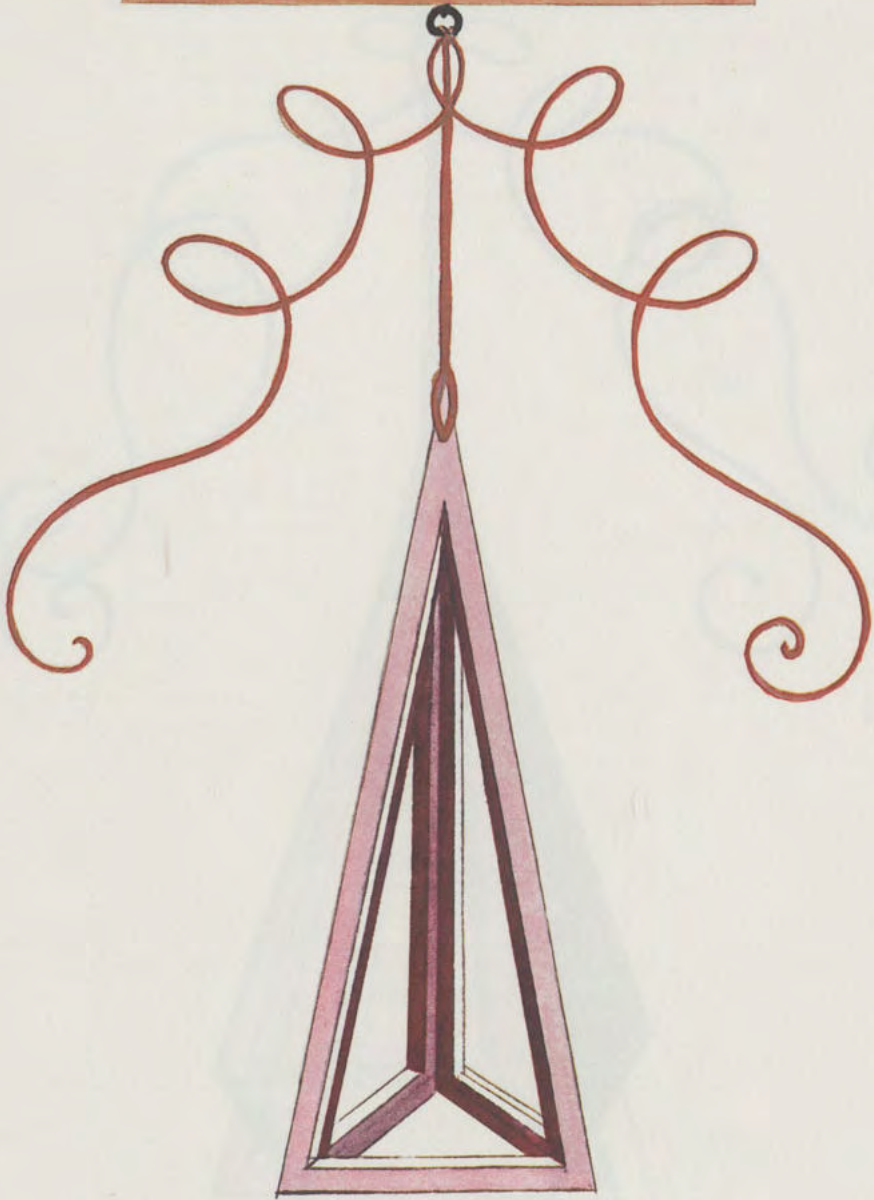
COLVMNA LATERATA
EXAGONA VACVA

LX

Κυλινδρος πλευρικός ἑξαγωνος κενός·

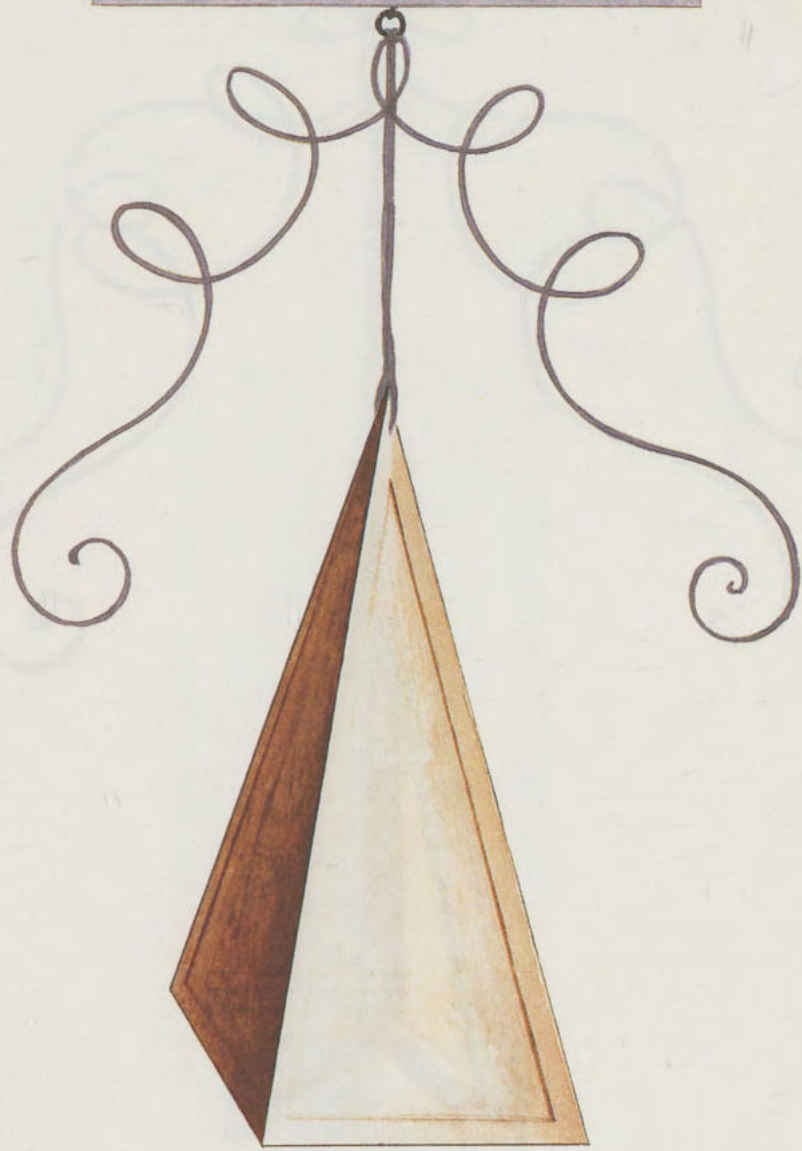
PYRAMIS LATERATA TRI
ANGVLA SOLIDA

LI

πυραμίς πλευρική τρίγωνος στερεά

PYRAMIS LATERATA TRI
ANGVLA VACVA

LII

πύραμὶς πλευρικὴ τρίγωνος κενή.

PYRAMIS LATERATA QVADRANGVLA SOLIDA

LIII

Πυραμίς πλευρική τετράγωνος στερεά·

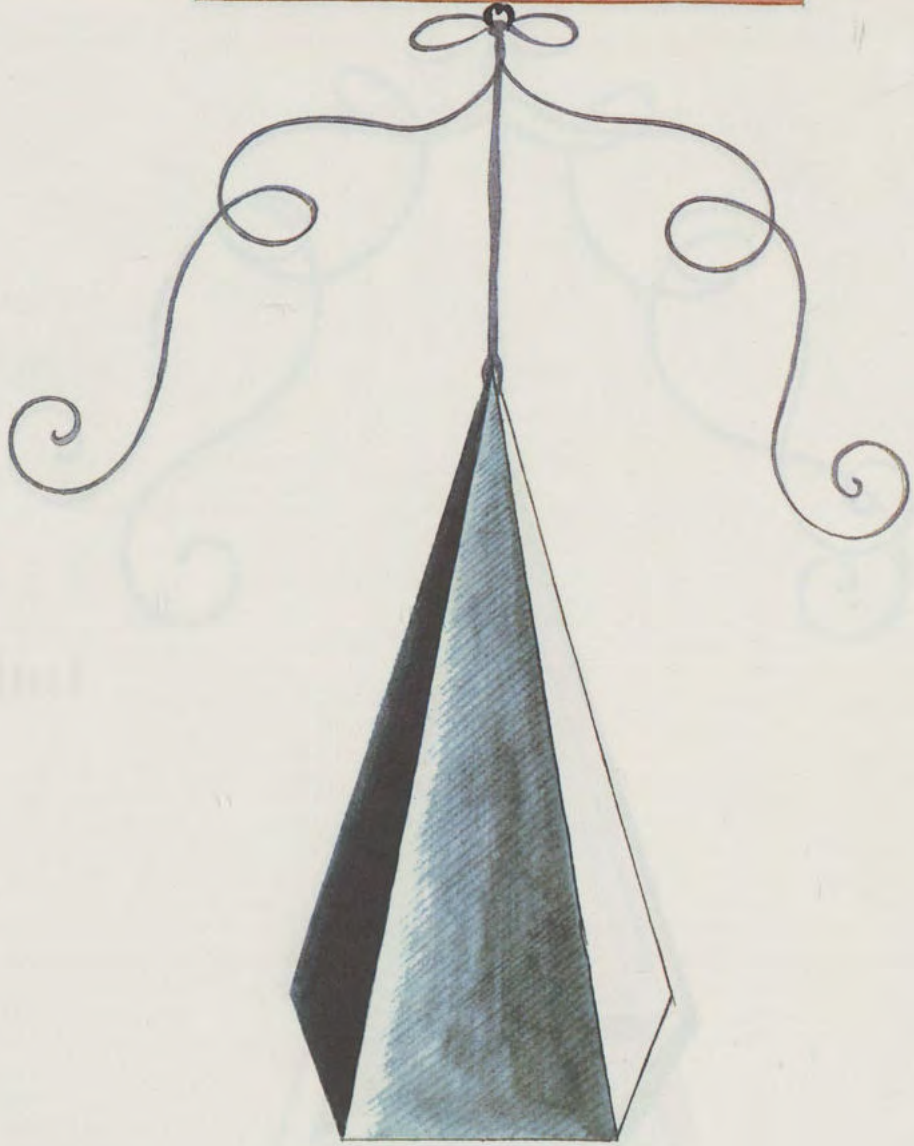
PYRAMIS LATERATA
QVADRANGVLA VACVA.

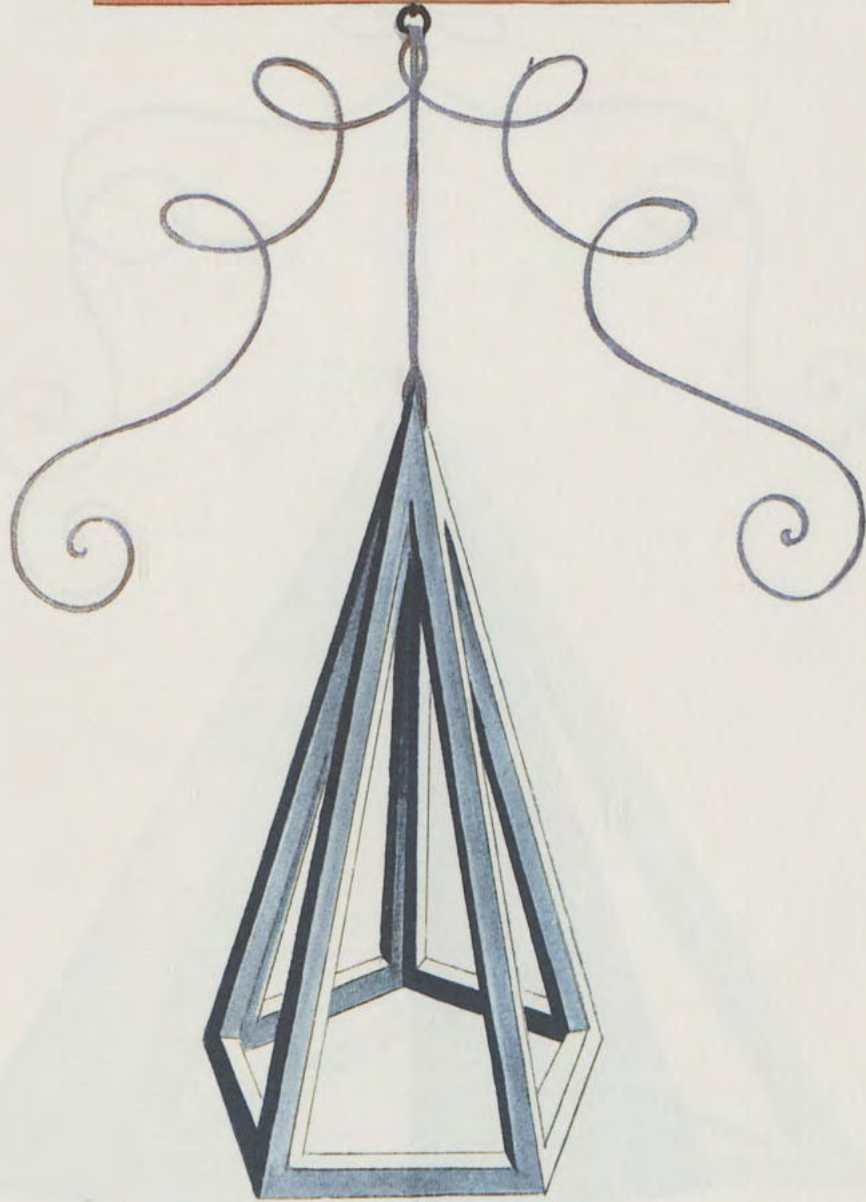
LIIII

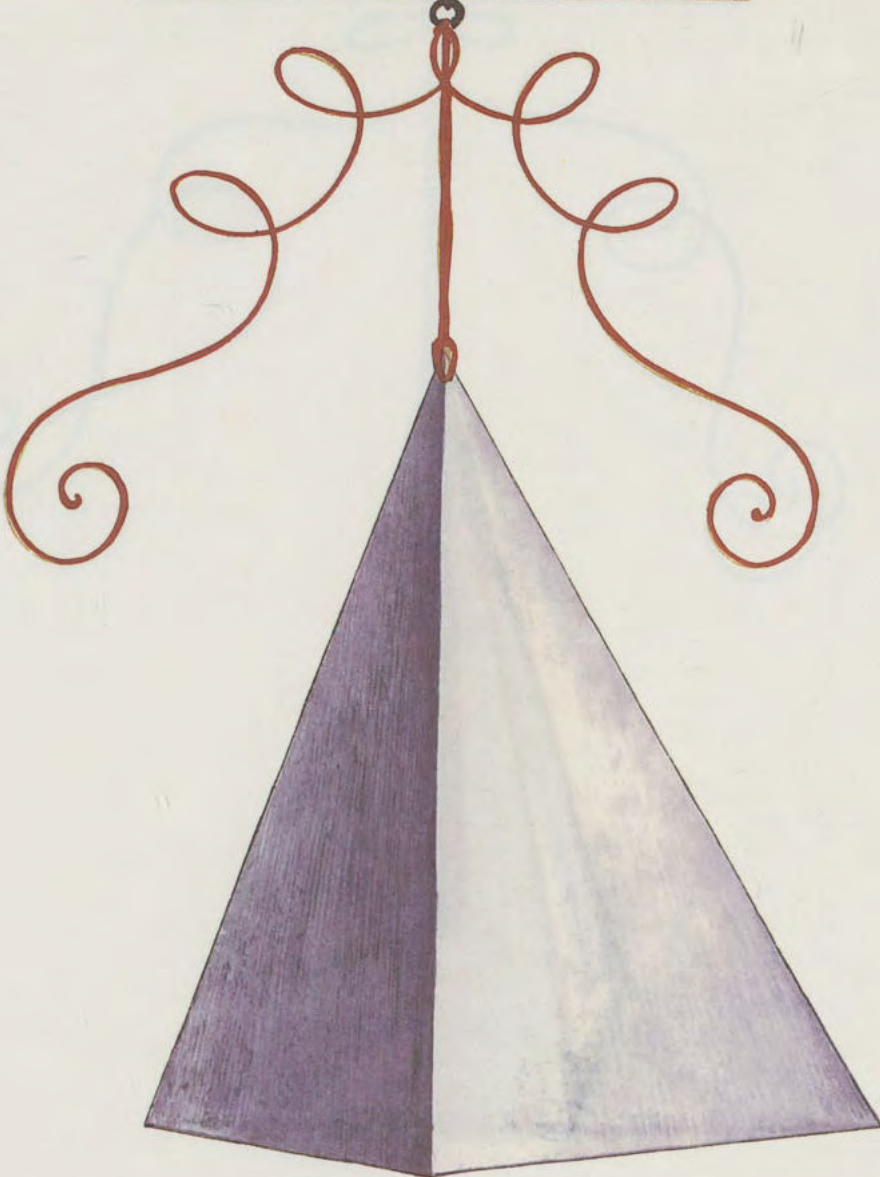
πυραμὶς πλευρικὴ τετράγωνος κενή

PYRAMIS LATERATA
PENTAGONA SOLIDA

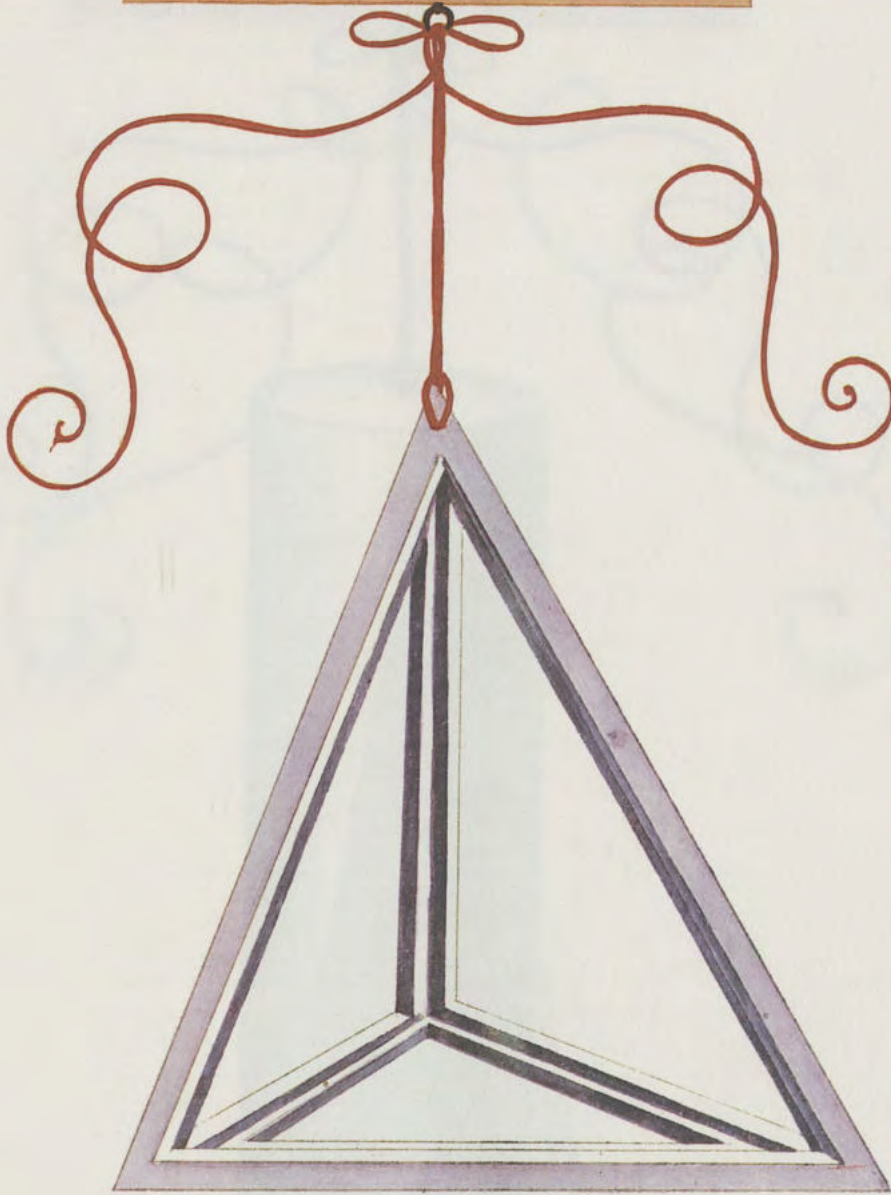
LV

Πυραμὶς πλευρικὴ πεντάγωνος στερεά·

PYRAMIS LATERATA
PENTAGONA VACVA

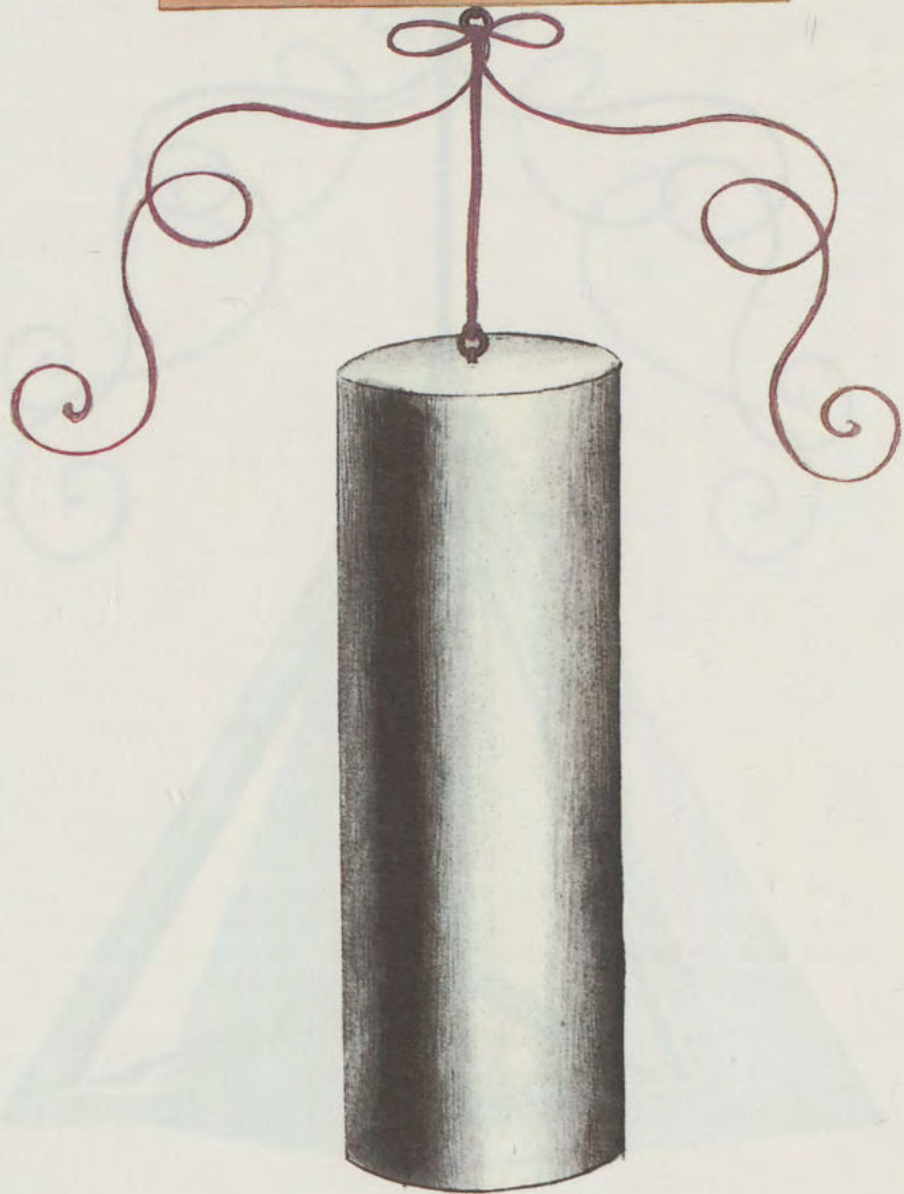
LVI

πυραμίς πλευρική πεντάγωνος κενή·

PYRAMIS LATERATA TRIAN
GVLA INEQVILATERA SOLIDA

LVII

Πυραμὶς πλευρικὴ ἑτερομήκης στερεὰ τρίγωνος.

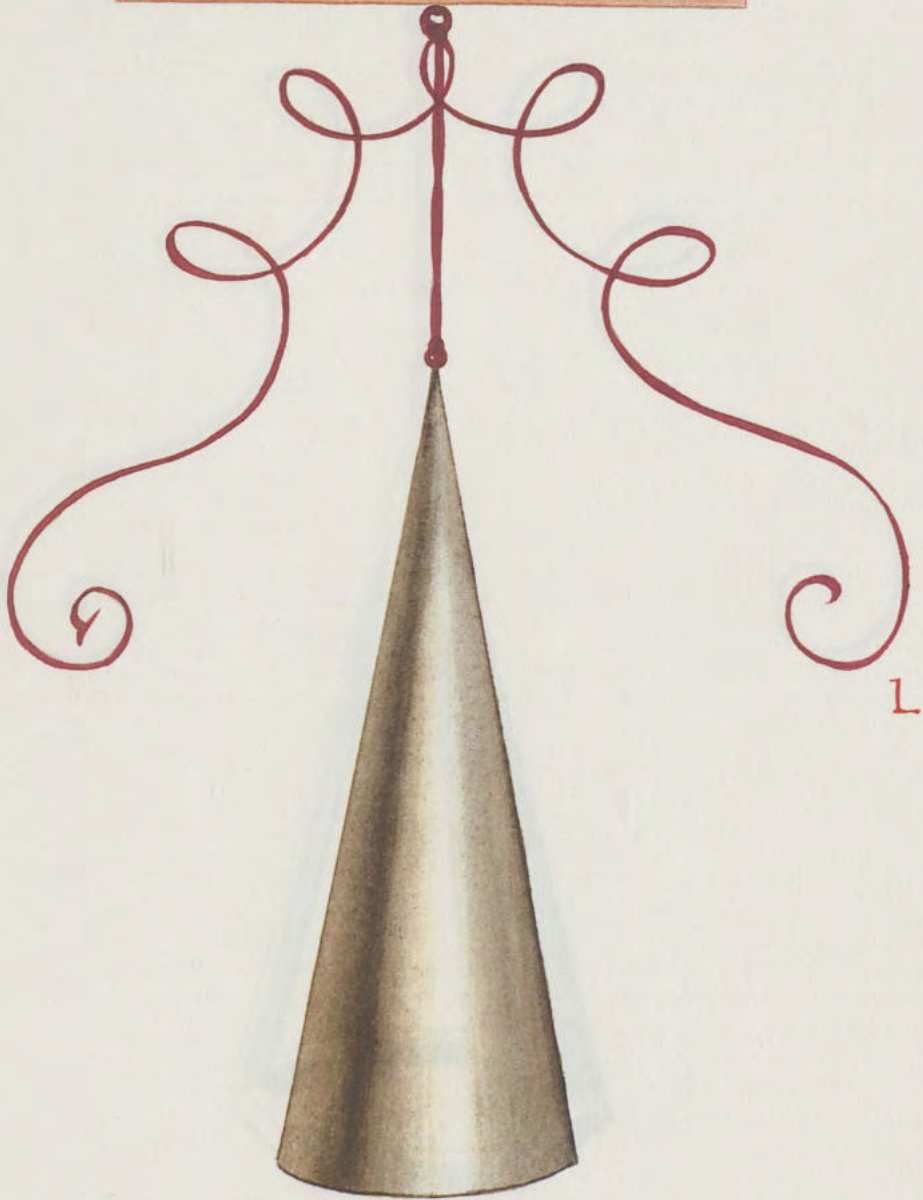
PYRAMIS LATERATA TRI
ANGVLA INEQVILATERA VACVA

LVIII

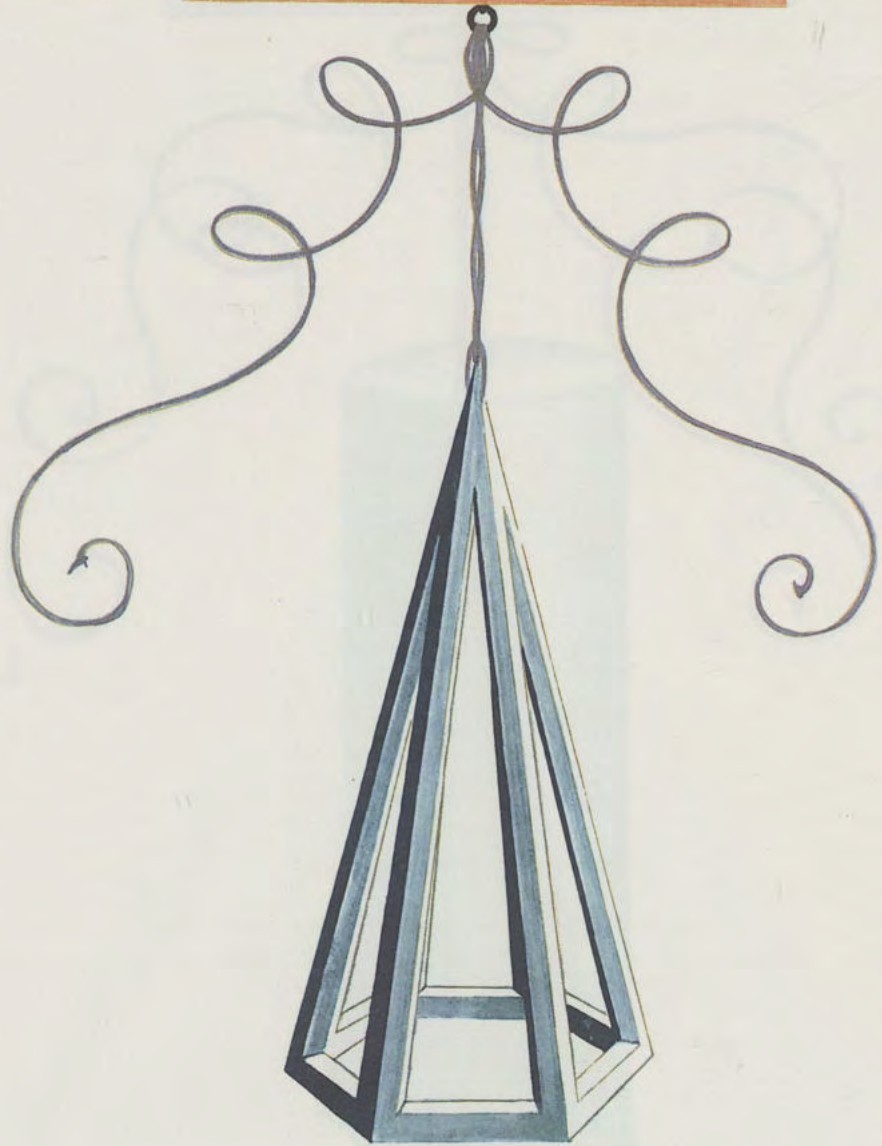
πυραμίς πλευρική τρίγωνος ἀνισόπλευρος κενή·

COLVMNA ROTVNDA SOLIDA

XLII

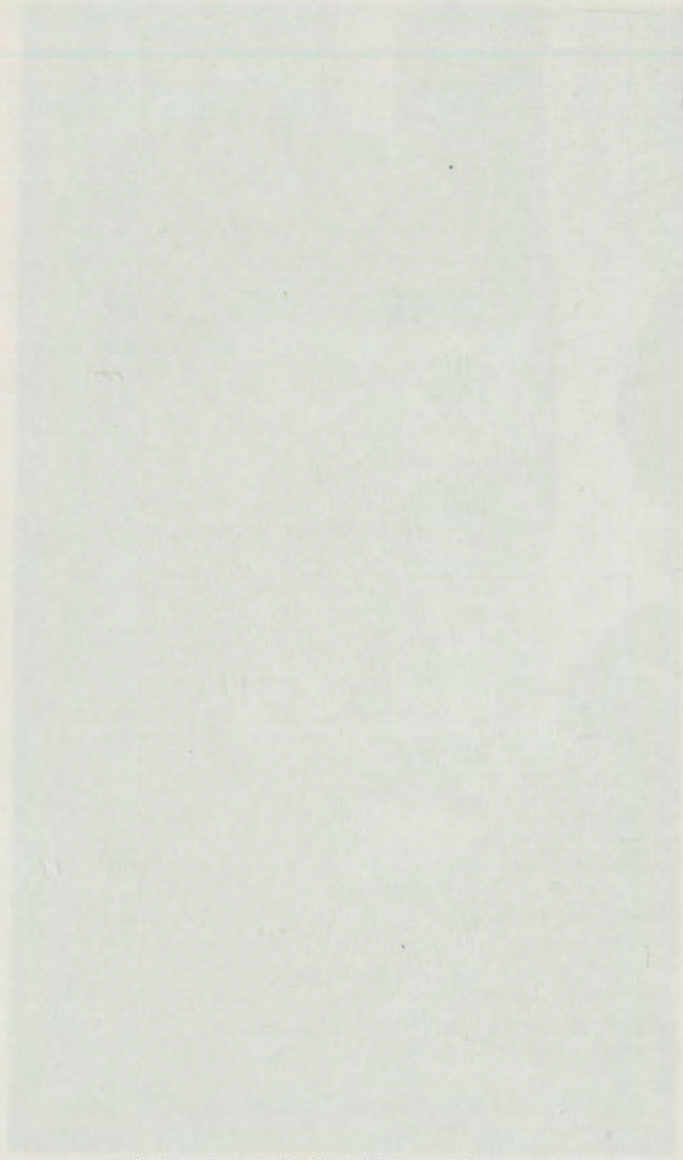
κυλινδρος στρογγυλος στερεός·

PYRAMIS ROTVNDA SOLIDA.

L

Πϋραμΐς στρογγύλη στερεά.

PYRAMIS LATERATA EXA
GONA VACVA

LXI

πυραμὶς πλευρικὴ ἑξάγωνος κενή·

DELLA VITA E DELLE OPERE
DI LUCA PACIOLI

Ritratto di Luca Pacioli raffigurante S. Pietro Martire;
particolare della pala di Piero della Francesca.
Pinacoteca di Brera, Milano.

Nacque Luca Pacioli intorno al 1445 a Borgo San Sepolcro, dove trascorse la fanciullezza. Ancora giovanissimo si trasferì a Venezia, e vi studiò matematica sotto la guida di Domenico Bragadino, essendo intanto ospite di Antonio Rompiasi, dei cui figli era precettore. Compose nel 1470, per questi allievi, la sua prima opera matematica, della quale però è perduta ogni traccia.

Vestito il saio francescano, studiò filosofia e teologia, e poi passò di città in città insegnando pubblicamente le scienze esatte. Fino al 1480 fu a Perugia, dove nel 1476 compilò una nuova opera didattica, rimasta inedita, ma tuttora conservata manoscritta nella Biblioteca Vaticana (codice n. 3129). Ritornato per breve tempo a Venezia, si trasferì poi a Zara, e qui scrisse, nel 1481, un altro compendio di matematica, andato perduto. Fu successivamente a Firenze e a Perugia; nel 1489 professò matematica a Roma, donde passò a Napoli. Nuovamente tornato a Venezia, vi pubblicò, nel 1494, la sua massima opera, la *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita*, che lo rese celebre.

Ludovico il Moro, Duca di Milano, gli conferì nel 1496 una cattedra di matematica, e l'ebbe alla sua Corte in grande onore, in una accolta di scienziati e di artisti sui quali emergeva sovrano Leonardo da Vinci. Alla caduta del Moro, nel settembre 1499, Frate Luca lasciò Milano insieme a Leonardo, poiché egli stesso informa che da Milano «da siemi per diversi sucessi in quelle parti ci partemmo e a Firenze pur insiemi trahemmo domicilio».

Dal 1500 al 1505 il Pacioli fu dòcente nello Studio Pisano, con facoltà di risiedere a Firenze; risulta inoltre dal ruolo dei professori dell'Università di Bologna che nell'anno 1501-1502 egli insegnò in quell'ateneo.

Il giorno 11 agosto 1508 Frate Luca tiene a Venezia, nella chiesa di S. Bartolomeo di Rialto, la solenne prolusione a un corso di lezioni sul Libro V di Euclide, e nella stessa città, nel 1509, pubblica una edizione latina degli *Elementi* di Euclide e la *Divina proportione*. Nel 1510 il Pacioli è commissario del convento francescano di Borgo San Sepolcro; fa qualche ritorno a Firenze, e nel 1514 va a Roma, chiamatovi da Leone X, a insegnare matematica in quella Università.

Si ignora quando e dove morì; le ultime notizie di lui sono del 30 agosto 1514.

La produzione matematica del Pacioli consta di parecchi trattati, dei quali ora dirò brevemente.

Alcuni di essi non ci sono pervenuti, e se ne ha notizia soltanto perché sono menzionati dall'Autore negli altri trattati sopravvissuti: sono i compendi di matematica scritti a Venezia e a Zara, una traduzione in volgare degli *Elementi* di Euclide, e l'opera *De ludis* ovvero *Schifanoia*, che è una raccolta di giochi (compreso quello degli scacchi) dedicata a Francesco Gonzaga e Isabella d'Este, Marchesi di Mantova.

Due opere di Frate Luca ci pervennero solo manoscritte: una contenuta nel codice vaticano n. 3129; l'altra contenuta nel codice n. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna (codice di cui nel 1852 fu fatta da Andrea Caronti una copia per la raccolta di manoscritti del Principe Baldassarre Boncompagni). La prima è quel compendio di matematica che il Pacioli scrisse nel 1476 pei suoi allievi di Perugia, e tratta di aritmetica, geometria, algebra, monete, cambi, leghe. La seconda, intitolata *De viribus quantitatis*, fu composta fra il 1496 e il 1508; il suo contenuto, rimasto pressoché ignorato per secoli, fu reso compendiosamente noto nel 1924 da Amedeo Agostini: è un'ampia raccolta di giochi matematici e quesiti dilettevoli, ed è la prima di siffatte collezioni che possa registrare la storia delle scienze esatte. Interessa rilevare che vi sono già considerati i quadrati magici, e vi sono date regole per la determinazione approssimata dei lati dei poligoni regolari di 9, 11, 13 e 17 lati. Degno di ricordo è un trattato manoscritto di aritmetica e geometria contenuto in un codice del principio del secolo XVI (codice appartenente già a Guglielmo Libri, poi al Boncompagni), il cui autore, Stefano degli Stefani da Mercatello, dichiara di aver tratto materia per l'opera soprattutto dal suo affine e precettore Maestro Luca dal Borgo: e il Libri è propenso a ritenere che quella materia derivi proprio dalle opere inedite del Pacioli, e specialmente da quella del 1476.

L'orma più vasta e profonda del Pacioli trovasi nelle sue opere a stampa: la *Summa*, l'edizione latina degli *Elementi* di Euclide, e la *Divina proportione*.

La *Summa*, dedicata a Guido Ubaldo Duca d'Urbino, è l'opera massima del Pacioli. È una specie di enciclopedia matematica, un vero

trattato generale di aritmetica, algebra, e geometria, il primo del genere che sia stato stampato. Dichiara l'Autore di attingere ai più autorevoli scritti matematici del passato, specialmente a quelli di Euclide, Boezio, Leonardo Pisano, Giordano Nemorario, del Sacrobosco e del Regiomontano: e in questo adunare e coordinare dottrine sparse sta uno dei pregi dell'opera, che ha inoltre il merito di rendere viva e attraente la teoria con copiose applicazioni di sapore pratico.

Non è possibile riferire qui diffusamente sul contenuto della *Summa*; è tuttavia doveroso rilevarne almeno qualche spunto saliente. Vanta la *Summa* la prima dimostrazione stampata della formula detta di Erone, il primo esempio di calcolo delle probabilità, risoluzioni approssimate di equazioni esponenziali, non che un logaritmo calcolato (almeno un secolo prima di Nepero). Tratta diffusamente di contratti, cambi, monete e tariffe usate nei vari paesi, e della tenuta dei libri contabili in partita doppia, con l'aggiunta di norme per compilare tavole di interessi, il che (quantunque il metodo di registrazione fosse già noto) rese il Pacioli un benemerito della ragioneria.

Degno di rilievo è il fatto che il Pacioli risolve nella *Summa* una equazione di quarto grado completa, e che presentando i tipi di equazioni di grado superiore al secondo dichiara «impossibili» alcuni di essi: segno evidente che il problema della risoluzione delle equazioni di terzo e quarto grado l'aveva attratto e che malvolentieri vi aveva rinunciato dichiarando: «non essere possuto ancora eseguirla con regola generale, si come ancora non è dato modo al quadrare del cerchio». Pertanto, come dice Ettore Bortolotti: «Non è da escludere che la presenza del Pacioli all'Università di Bologna, e il suo insegnamento nello Studio, dove insegnava a quel tempo la medesima materia, o materia affine, Scipione dal Ferro, abbia eccitato quest'ultimo a tentare lo scioglimento dell'equazione cubica». Il che si accorda colla convinzione di molti matematici, fra i quali Gino Loria, che «con la pubblicazione della *Summa* (e forse per effetto di essa) l'algebra italiana inizia il suo splendido cammino ascendente», sicché potrà più tardi dire Goffredo Guglielmo Leibniz «essere l'algebra quasi totalmente parto degli italiani».

La *Summa* suscitò un interesse straordinario ed ebbe una diffusione per quei tempi enorme, tanto che si rese necessaria una seconda edizione

nel 1523. L'opera non è priva di errori, e Gerolamo Cardano che li rilevò, coll'intento di correggerli, nella sua *Practica arithmeticae*, tuttavia volentieri dichiara: «Non lo feci per antipatia verso di lui, che fu amante delle virtù e laborioso, e che, se non ci fosse stato, io certo non avrei potuto compiere l'Arte (*Ars magna*) come feci».

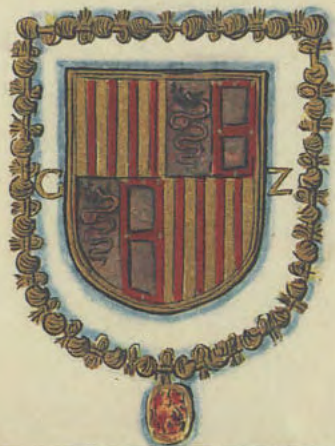
La seconda opera a stampa del Pacioli è l'edizione latina degli *Elementi* di Euclide del 1509. Di questo classico trattato, nel primo periodo del medioevo, si ebbero solo dei compendi; la sua prima versione latina apparve nel secolo XIII, fatta da Giovanni Campano da Novara, poi stampata a Venezia da Eraldo Ratdolt nel 1482. Altre seguirono, ma l'edizione curata dal Pacioli (che contiene anche la prolusione da lui tenuta a Venezia nel 1508) è assai migliore delle precedenti, non soltanto per le figure nuovamente disegnate, ma anche per l'aggiunta di pregevoli commenti.

La terza opera a stampa di Frate Luca è la *Divina proportione*, uscita a Venezia nel 1509, e, come le prime due, stampata da Paganino Paganini. Essa è dedicata a Pietro Soderini, Confaloniere perpetuo della Repubblica Fiorentina. Era il Pacioli, come riferisce il suo primo biografo Bernardino Baldi, legato da sentimenti di devozione ai Soderini, «da quali sempre insin da giovanetto era stato amorevolmente raccolto et accarezzato», e in particolare a Pietro, alla cui sollecitudine egli doveva il recupero di un codice della *Divina proportione*.

Il titolo dell'opera è assai suggestivo. La proporzione che Frate Luca chiama «divina» è quella continua che deriva dalla divisione di un segmento in due parti, in modo che il quadrato costruito sulla parte maggiore sia equivalente al rettangolo avente per lati l'intero segmento e la parte minore. Già nota ai pitagorici, essa trovasi in Euclide come «divisione di un segmento in media ed estrema ragione», in Gherardo da Cremona come «proporzione avente un medio e due estremi», in Giovanni Federico Lorenz come «divisione continua»; si ripresenta in Keplero come «sectio divina», e nel secolo scorso riceve il nome, attualmente adottato, di «sezione aurea».

La sezione aurea interviene più volte nella teoria dei poligoni e poliedri

EXCELLENTISSIMO·PRINCIPI·
LVDOVICO·M·SF·ANGLO·MEDIOL·
D·PACIS·ET·BELLI·ORNAMENTO·FRATRIS
LVCE·EX·BVRGO·S·SEPVL·OR·MI·SACRE·
THEOL·PROFES·D·DIVNA·PROPOR
EPISTOLA

SSendo Ex°. D adi viiii. de febraro de nostra salute gliani. 1 4 9 8. correndo nelinspugnabile arce . de lindyta uostra Citta de Milano dignissimo luogo de sua solita residentia ala presentia di qlla constituto in lo laudabile e scientifico duello e da molti de ogni grado celeberrimi e sapientissimi accompagnata : si religiosi como seculari e deliquali : assidue la sua magnifica corte habunda : del cui numero oltre le R^me. S. di uescoui : prothonotarii . e abbati fuoron del nostro sacro seraphico ordine el R^do padre e sublime theologo maestro Gometio col dignissimo de

Foglio 1 recto del Codice Ambrosiano
della «Divina proportione».

regolari: per esempio, il lato del decagono regolare è la parte maggiore del raggio del cerchio circoscritto, diviso in sezione aurea. E poiché alla fine del Quattrocento era vivissimo l'interesse pei solidi regolari, l'opera di Frate Luca si accorda con la tendenza del tempo, e raccoglie intorno a quella proporzione «divina», dalla scienza e dall'arte, le bellezze in cui essa risuona.

Il libro è diviso in tre parti: la prima, intitolata *Compendium de divina proportione*, scritta a Milano nel 1498, è dedicata a Ludovico il Moro (e di essa si hanno pure due esemplari manoscritti, in data 1498, conservati rispettivamente nella Biblioteca civica di Ginevra e nell'Ambrosiana di Milano, sui quali occorrerà ritornare); la seconda, intitolata *Tractato delarchitectura*, è dedicata «a li suoi carissimi discipuli... del borgo San Sepulchro, degni lapicidi de scultura e architectonica faculta solertissimi sectatori»; la terza, intitolata *Libellus in tres partiales tractatus divisus*, è dedicata particolarmente a Pietro Soderini.

Il contenuto della prima parte è, salvo qualche variante, quello del codice ambrosiano che ora si pubblica. L'Autore rivolge una lettera dedicatoria al Moro, nella quale esalta le virtù del Duca e l'altezza della sua Corte, che poteva vantare a suo gran decoro Leonardo. Tesse l'elogio della matematica, traendo dalla Scrittura, da Aristotele, Platone e da S. Agostino varie espressioni in lode di questa scienza. Dà diversi teoremi relativi alla proporzione «divina», e contrassegna ogni proprietà con un nobile aggettivo, quasi rapito da tanta armonia e ansioso di distinguerne i singoli temi. Si intrattiene sulla costruzione dei poliedri regolari, e dimostra perché essi sono soltanto cinque; determina i rapporti fra i loro lati e il diametro della sfera circoscritta; indaga come e quando si possa iscrivere uno di essi in un altro; tratta dei corpi «abscisi» e «elevati» (rispettivamente ottenuti dai poliedri regolari mediante asportazione o aggiunta di altri solidi geometrici), e «solidi» o «vacui» (cioé pieni, oppure traforati e ridotti al complesso degli spigoli). Considera colonne (prismi e cilindri), piramidi e coni e loro tronchi, qua e là intercalando riflessioni morali o mistiche. Attinge a Platone quando fa ordinatamente corrispondere a tetraedro, ottaedro, cubo e icosaedro, i quattro elementi fuoco, aria, terra e acqua, ritenendo il dodecaedro simbolo dell'universo, in quanto in esso e solo in esso possono essere

iscritti tutti i rimanenti poliedri regolari. Quasi sempre rimanda, per le dimostrazioni, a Euclide.

Il Pacioli crede di scorgere nella proporzione «divina» un principio di bellezza che si trova nelle forme architettoniche, nel corpo umano, e persino nelle lettere maiuscole dell'alfabeto latino, e queste lettere egli costruisce geometricamente, con risultati di vera eleganza (come dimostra il frontispizio di questo libro, composto con le lettere del Pacioli, espressamente riprodotte). Tali considerazioni sono l'oggetto della seconda parte del volume.

La terza parte è la traduzione in volgare del *De corporibus regularibus* di Piero della Francesca, contenuto nel codice Vaticano-Urbinate n. 632, segnalato da Giulio Pittarelli nel 1903, e pubblicato da Gerolamo Mancini nel 1913. Vi sono considerati poligoni e poliedri, figure piane limitate da segmenti e archi di cerchio, figure solide limitate da superficie piane e sferiche, e ne sono determinati, su dati numerici, aree e volumi. Il Pacioli ne dà la traduzione, con lievi modifiche, senza avvertire che il lavoro originale era di Piero della Francesca. Ciò gli valse un'accusa di plagio, come altra volta, per aver riportato nella *Summa* una tariffa di prezzi correnti nei vari Stati, traendola senza citare la fonte da un'opera anonima già pubblicata a Firenze. Strano appare questo comportamento di un uomo come il Pacioli, già circondato di larga fama e meritata stima: Leon Battista Alberti l'aveva voluto ospite suo a Roma per diversi mesi, Gian Giacomo Trivulzio aveva richiesto la sua collaborazione per studi militari, i Soderini l'avevano caro, Leonardo da Vinci divideva con lui la dolcezza degli studi matematici e la tristezza del vario pellegrinare, e molte città italiane avevano desiderato il suo magistero. Lo stesso Piero della Francesca gli era assai amico, come narra il Baldi: «Né vi fu pittore, scultore, o architetto de suoi tempi, che seco non contrahesse strettissima amicitia. Fra quali vi fu Pietro de Franceschi suo compatriota pittore eccellentissimo e perspettivo, di mano di cui si conserva ne la Guardarobba de nostri serenissimi principi in Urbino il ritratto al naturale d'esso frate Luca col suo libro avanti de la *Somma aritmetica*, et alcuni corpi regolari finti di cristallo appesi in alto» (descrizione che richiama alla mente il noto ritratto del Pacioli eseguito da Jacopo de Barbari nel 1495, appartenente alla Pinacoteca di Napoli, e da

taluni ritenuto copia di quello fatto da Piero della Francesca). Altro segno dell'amicizia di Piero per Frate Luca si può scorgere in alcuni quadri del grande pittore, dove sembra di riconoscere in qualche personaggio le fattezze del Pacioli, come nella pala urbinate della Pinacoteca di Brera. Per converso sono frequenti nel Pacioli i segni di riverenza e ammirazione per il grande compatriota: lo annovera fra i «peregrini ingegni», del natìo borgo, e fra i «mathematici che lo rendono chiaro», e lo chiama «monarcha a li di nostri de la pictura e architectura». Ma l'incresciosa questione si rasserena in un giudizio che trova concordi diversi moderni scienziati, fra cui Francesco Severi: «Il quasi plagio del Pacioli non va giudicato con la mentalità moderna, ché allora della proprietà letteraria non esisteva neppure il concetto».

Sommo pregio della *Divina proportione* sono i 60 disegni dei corpi regolari (qui riprodotti in facsimile dal manoscritto ambrosiano), che furono eseguiti da Leonardo da Vinci, come il Pacioli attesta ripetutamente, non solo nel *Compendium de divina proportione* (come si vede a pag. 137 del presente volume), ma anche altrove, per esempio nel *De viribus quantitatis*, dove menziona la *Divina proportione* e le relative «supreme et legiadrissime figure de tutti i platonici et mathematici regulari et dependenti, ch'in prospectivo disegno non è possibile al mondo farli meglio, quando bene Apelle, Mirone, Policreto et gli altri fra noi tornassero, facte et formate per quella ineffabile senistra mano a tutte discipline mathematici acomodatissima del prencipe oggi fra mortali, pro prima fiorentino, Lionardo nostro da Venci, in quel felici tempo ch'insiemi a medesimi stipendii nella mirabilissima citta di Milano ci trovammo».

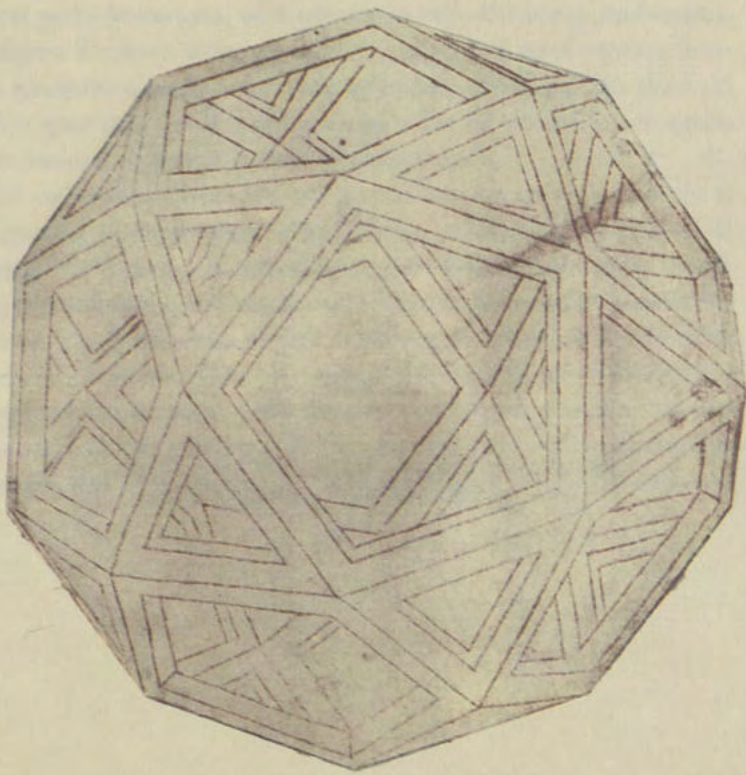
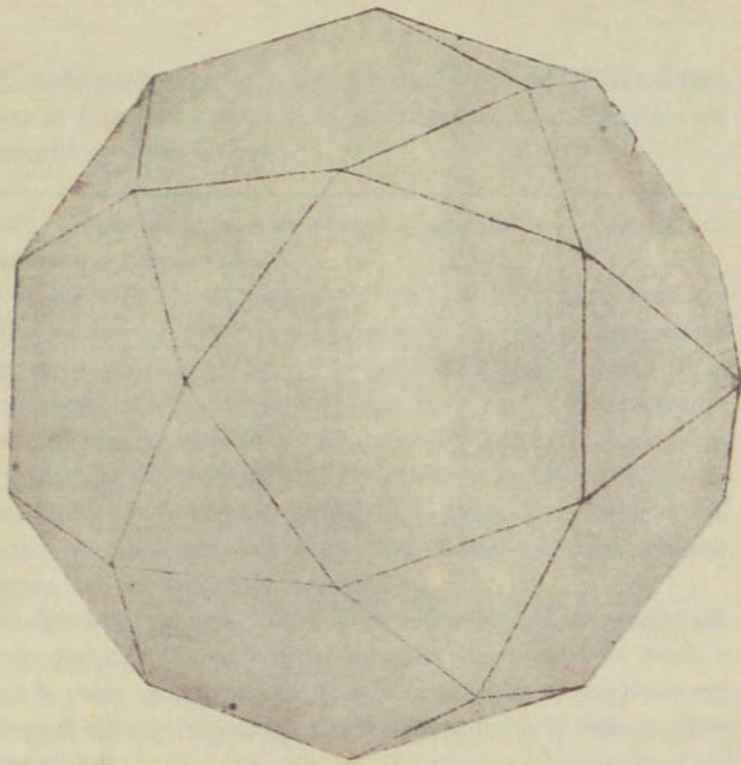
Alcuni dei predetti disegni si ritrovano nel Codice Atlantico (f. 263 r e 310 r), nel quale sono anche segni manifesti che Leonardo deve aver attinto all'opera di «maestro Luca» forse ancor prima dell'incontro a Milano. Si legge infatti che Leonardo acquista per 119 soldi la «arittmetica di maestro Luca» (f. 109 r) e più oltre (f. 120 r) «impara la moltiplicazione delle radici da maestro Luca». Sugli scambi scientifici fra Leonardo e il Pacioli afferma Roberto Marcolongo che: «Una grande influenza sulle conoscenze matematiche di Leonardo l'ha certamente avuta Luca Pacioli ... Per converso certamente Leonardo ha influito sulla successiva produzione matematica del Pacioli ...»

Quali vette raggiunse il placido ragionare dei due grandi a Milano? Non paghi del fasto della Corte, devono essersi volentieri appartati a discorrere di verità che trascendono materia e tempo. Le forme perfette onde s'adorna la geometria diventano nelle loro menti vive sintesi di armonie, e la commozione dell'Artista preme sulla «ineffabile senistra mano», mentre gli spiriti non sazi tendono alla Fonte che sola disseta, e la loro intima ansia è rivelata dalla terzina che Leonardo affida a una carta, ora foglio 80 del Codice M all'Istituto di Francia, e che Frate Luca ripete a sigillo dei codici ambrosiano e ginevrino della *Divina proportione*:

El dolci fructo, vago e sì dilecto
Costrinse già philosophi cercare
Causa de noi, che pasci l'intelletto.

Converrà ora dare uno sguardo alla posizione del Pacioli nella storia della matematica.

Dall'antichità classica al tardo medioevo scarsi erano stati i progressi delle scienze esatte; solo nei secoli XII e XIII si era manifestato un risveglio, sia per l'interesse suscitato dalle traduzioni di opere antiche, sia pei contributi dei viaggiatori e mercanti che portavano in patria notizie sulle conoscenze matematiche dei popoli orientali. Primo fra essi Leonardo Pisano, che le dottrine altrove apprese arricchì di indagini proprie, e il suo sapere affidò a magistrali trattati, che segnarono il risorgere degli studi matematici in Europa. Ma nei due secoli successivi, se si prescinde dai progressi della prospettiva, la matematica ebbe di nuovo una stasi; anche le opere di Leonardo Pisano prima diffuse e studiate, furono trascurate. È merito grande del Pacioli di aver percorso l'Italia facendo risorgere dovunque, coll'insegnamento e gli scritti, l'interesse per la matematica, volgendo questa scienza a educare il raziocinio e a creare il gusto della ricerca scientifica, e segnalando questioni allora impossibili a cimento degli ardimentosi che le dovevano poco dopo superare.

Non mancano nella produzione del Pacioli, come si è detto, pregevoli primizie. Ma la sua opera è soprattutto di compilatore e di animatore, e come tale grandiosa. Ciò che Maurizio Cantor scrisse della *Summa*, che «non solo era l'opera che i bisogni culturali del tempo richiedevano,

Due disegni di Leonardo da Vinci dal Codice Atlantico, foglio 263 recto. Biblioteca Ambrosiana, Milano.

ma fu anche quella che a tali bisogni seppe soddisfare», si può dire di tutta l'opera di Frate Luca, che il Libri giudicò «immensa», e «guida» dei matematici che vennero poi.

Non si possono chiudere queste pagine senza soffermarsi sulle vicende del codice qui riprodotto.

Si sa che della *Divina proportione* Frate Luca aveva fatto dono, nel 1498, a Lodovico il Moro (a cui l'opera era dedicata), a Giangaleazzo Sanseverino, generale del Duca e patrono del Pacioli, e (come ritengono Gustavo Uzielli, Giovanni Battista De Toni e il Marcolongo) a Pietro Soderini. Le vicende di quei tempi dispersero i codici, e già si è ricordato che fu merito del Soderini averne ricuperato uno. Quale fu questo codice? Probabilmente quello che fu donato allo stesso Soderini, sul quale pare assai probabile al De Toni che sia stata fatta l'edizione stampata, e di cui ora si è perduta ogni traccia.

Il codice donato al Moro, di cui porta le insegne, già appartenne alla raccolta parigina di manoscritti e miniature del Consigliere Petau, e da quella passò, ancor prima del 1779 (data in cui esso è registrato nel catalogo di Giovanni Senebier), alla Biblioteca civica di Ginevra, dove trovasi tuttora.

Il codice che ora si pubblica è quello che fu offerto al Sanseverino, di cui porta lo stemma, ed è conservato nella Biblioteca Ambrosiana.

Mentre il volume stampato contiene 59 figure di corpi regolari, il codice ginevrino e quello ambrosiano ne contengono una di più, che è pel codice ginevrino una figura detta «superflua ex errore», e per quello ambrosiano la «pyramis laterata exagona vacua».

Del codice ambrosiano che qui particolarmente interessa, si sa che il 21 gennaio 1637 pervenne all'Ambrosiana, colla celebre donazione di manoscritti leonardeschi fatta dal Marchese Galeazzo Arconati. È però assai degna di nota la circostanza che nell'atto notarile relativo a quella veramente regale donazione si parla «delli dodeci volumi di Leonardo da Vinci», e che la descrizione dei volumi, inclusa nello stesso documento, comprende bensì anche quella del nostro codice, ma non dice che esso contiene la *Divina proportione* di Luca Pacioli. Anche la lapide commemorativa dell'avvenimento, che fu allora murata in una sala dell'Am-

brosiana e che ora si trova nell'atrio di accesso alla Pinacoteca, parla di dodici volumi di Leonardo da Vinci. Solo nel 1790 Stefano Bonsignori, Prefetto dell'Ambrosiana, compilando l'elenco dei manoscritti leonardeschi esistenti nella biblioteca, indicava undici volumi e non dodici: segno che aveva riconosciuto in uno di essi il codice del Pacioli, il quale forse per quella omissione sfuggì alla requisizione napoleonica del 1796.

Sarebbe interessante conoscere le vicende del codice prima del suo ingresso all'Ambrosiana. Consta che esso «fu a Leonardo stesso carissimo», come scrive Mons. Giovanni Galbiati. Si sa che il Card. Federigo Borromeo (quantunque scomparso sei anni prima della donazione Arconati) non solo conosceva il codice, ma lo «baciava per ammirazione», come riferisce Mons. Achille Ratti (poi papa Pio XI) sull'autorità di Pier Paolo Bosca, Prefetto dell'Ambrosiana nel 1669.

A quanto precede posso aggiungere un'altra notizia, forse inedita. Mi è avvenuto di trovare nell'Ambrosiana, inserita fra i manoscritti del Cardinal Federigo (codice G 9 P. Inf., ins. 4, f. 117) una lettera da Lucca, in data 10 aprile 1628, scritta da Muzio Oddi, ingegnere militare e architetto, non che esperto di matematica e di gnomonica. L'Oddi risponde a una richiesta del Cardinale, intesa ad avere notizie intorno a un Guglielmo Zelandrino, costruttore di globi astronomici. Risponde l'Oddi, fra l'altro: «Hor quanto me dolgo di non haver potuto dare a V. S. quella piena notizia di quella sfera che ella desiderava, non sapendo in mano di chi prevenisse mai doppo il sacco di Pavia, non havendo mai veduto altra reliquia di essa (libreria) che il *Virgilio* del Petrarca e il libro *De divina proportione* di fra Luca, che ha il signor Galeazzo Arconati».

Si deduce intanto da queste righe dell'Oddi che il nome dello Zelandrino doveva essere collegato a una certa sfera esistente nel Castello di Pavia al tempo degli Sforza, forse a quel meraviglioso strumento di cui parla Stefano Breventano in un suo volume di storia pavese stampato nel 1570 (ora rarissimo). Ma la notizia per noi più importante è che l'Arconati possedeva prima del 1628 un codice della *Divina proportione* del Pacioli proveniente dalla famosa biblioteca del Castello di Pavia.

Le precedenti informazioni non sono certo sufficienti per ricostruire le

vicende del codice prima del 1637. Una ipotesi non contrastante con esse è che il codice della donazione Arconati sia quello visto dall'Oddi e che sia pervenuto all'Arconati con le carte leonardesche: perché sarebbe stato salvato dallo stesso Leonardo (prima del sacco della biblioteca di Pavia dell'aprile 1500) come opera anche sua e a lui «carissima», avrebbe poi seguito il sommo artista dovunque, anche in Francia, coi manoscritti di lui, e con essi sarebbe stato riportato in Italia da Francesco Melzi. E per ciò l'Arconati non avrebbe esitato a riguardare e a offrire il codice come reliquia leonardesca, pur conoscendone la parte dovuta al Pacioli.

Questa congettura, forse un po' ardita, ci fa accostare ancor più riverenti al codice che qui si offre. Comunque, mentre si rende accessibile anche ai più lontani studiosi e amatori di cose belle questo prezioso cimelio, si assiste con ammirazione al continuo attuarsi della aspirazione del Cardinal Federigo, il quale voleva che la sua biblioteca fosse – sono sue nobilissime parole riferite da Mons. Ratti – «non soltanto un cotal museo dei grandi ingegni del passato, ma anche una seconda patria, ed ancora un convegno ed una palestra pei viventi».

GIUSEPPINA MASOTTI BIGGIOGERO

NOTE E POSTILLE

CODICE AMBROSIANO = A

Il codice è alla Biblioteca Ambrosiana di Milano, con segnatura «Ms. & 170 sup.». Membranaceo, misura mm. 200 × 285 e consta di carte 130 (10 n.n. + CXX; bianche le carte 10ᵛ, LXXXVIII, LXXXIX, LXL). Sono tredici quinterni più le guardie e rileviamo che il sesto quinterno è mal cucito e la paginazione scombinata. La numerazione romana originale esclude il 1° quinterno che contiene la «Tavola». Scrittura umanistica, bellissima, rare le abbreviazioni; richiami al quinterno; la pagina è di 23 righe. A carta LXXXVIIᵛ si legge il colophon, datato 14 dicembre 1498.

A carta Iʳ splendida miniatura ornata rappresentante il drago alato sforzesco. Nel margine superiore della pagina, incorniciata e su sfondo rosso, la dedicatoria: EXCELLENTISSIMO PRINCIPI / LVDOVICO M[ARIAE] SF[ORTIAE] ANGLO MEDIOL[ANENSIVM] / D[VCI] PACIS ET BELLI ORNAMENTO FRATRIS / LVCAE EX BVRGO S[ANCTI] SEPVL[CHRI] OR[DINIS] MI[NORVM] SACRAE / THEOL[OGIAE] PROFES[SORIS] DE DIVINA PROPOR[TIONE] / EPISTOLA. L'attributo «Anglo» ricorrente nelle formule sforzesche – come gentilmente informa l'Archivio di Stato di Milano – è dovuto alla leggenda di stampo umanistico che voleva che la prosapia dei Visconti e quindi degli Sforza discesi da Bianca Maria, provenisse da «Anglus», mitico nipote di Enea e non meno mitico fondatore di Angera, rocca sul Lago Maggiore. Nel margine inferiore lo stemma di Galeazzo Sanseverino d'Aragona, imparentato con lo Sforza. Si nota la sigla G Z [Galeazzo] e nel festone che circonda lo stemma, l'insegna del Toson d'oro. Iniziali a colori rosso e blu alternati; in rosso anche i titoli dei capitoli e le note marginali. Pure in margine figurano i corpi geometrici siglati con letterine rosse. Da carta LXXXXIʳ a carta CXXᵛ la serie di 60 corpi geometrici magnificamente disegnati e coloriti. La progressione dei corpi peraltro presenta alcune incongruenze: il XLI precede il I, al XLIX segue il LX, al LVIII il XLII e il L; non figura il LIX ma addirittura compare il LXI. Parziale rilegatura dell'epoca, il dorso è rifatto, in vitello marrone con impressioni a secco e in oro sui piatti.

CODICE GINEVRINO = G

Alla Bibliothèque Publique et Universitaire di Ginevra, segnato «Ms. Langues Etrangères 210». Ha le medesime caratteristiche di A: membranaceo, iniziali a colori alternati, note marginali latine (però più numerose che in A), figure, pagina di 23 righe. Il testo si conclude a c. LXXXVIII^{v} e questa dilatazione è giustificata dal fatto che A rispetto a G è alquanto lacunoso. Altra differenza con A, il colophon precede la terzina e il distico.

A carta I^{r} miniatura ornata raffigurante un frate [il Pacioli] che presenta il volume allo Sforza circondato dalla corte e sicuramente simboleggiante l'accademia di scienziati della quale si discorre all'inizio del Trattato. Nel margine superiore la dedicatoria, nell'inferiore stemma sforzesco, quello ufficiale del Ducato e generalmente usato nel «sigillum maius», affiancato da 6 e 6 secchi, impresa sforzesca. Altra impresa o «mottivo ducale» a c. LXII^{v} e cioè, una mano che impugna un'accetta e intacca un tronco. A differenza di A, G ha sofferto parecchi danni, nel testo ma soprattutto nella serie delle tavole, le quali non solo sono più disordinate di quelle di A, ma si presentano di fattura meno bella e meno accurata.

STAMPA VENEZIANA = S

Cioè: Divina / Proportione / Opera a tutti glingegni perspi/caci e curiosi necessaria Oue cia/scun studioso di Philosophia: / Prospectiua Pictura Sculptu/ra: Architectura: Musica: e / altre Mathematice: sua/uissima: sottile: e ad/mirabile doctrina consequira: e de/lecterassi: con va/rie questione / de secretissi/ma scien/tia. // M. Antonio Capella eruditiss. recensente: / A. Paganius Paganinus Characteri/bus elegantissimis accuratissi/me imprimebat. // (In fine:) Venetiis impressum per probum virum Paganinum de paganinis de / Brixia. Decreto tamen publico vt nullus ibidem totique dominio annorum / XV curriculo imprimat vel imprimere faciat. Et alibi impressum sub quouis / colore in publicum ducat sub penis in dicto priuilegio contentis. Anno Re/demptionis nostre. M.D.VIIII. Klen. Iunii...

In foglio piccolo. Consta di carte 154. Il Trattato che ci interessa figura in carte 6 n.n. + 23.

L'EDIZIONE

La Divina Proportione è dunque rappresentata da due codici, sicuramente contemporanei, l'uno scritto per Ludovico il Moro, l'altro per Galeazzo Sanseverino «peculiare patrone» del Pacioli (tanto da destinargli il codice più lussuoso), e da una stampa uscita a Venezia nel 1509, vivente l'autore. È consentita l'ipotesi anche di un terzo codice per il fiorentino Pier Soderini, ma non di più. Compito nostro peraltro, è di offrire al lettore il Codice Ambrosiano; ma – pur restando nei limiti di un'edizione diplomatico-interpretativa – non abbiamo saputo rinunciare a servirci di G e di S quando si trattava di colmare certe lacune. Le integrazioni sono rappresentate dalle parentesi quadre e le differenze dall'Apparato. Il nostro codice mancava di qualche titolo di capitolo; a carta VI^v, per un altro esempio, il periodo «Sì commo fra gli altri Iulio Cesare . . .» è stato posposto come consigliava S e il senso avvalorava.

Certo, tanto G quanto S provano le lacune di A e quasi concordemente; entrambi per certe scelte linguistiche – vedi la preferenza del suffiso *-evil* contro *-evol* di A, l'oscillazione più marcata tra *sirà* e *sarà*, tra *serìa* e *serebe* ecc. – si mostrano più concordabili. Ma non oseremo per ora dire che A sia copia di G o che S sia uscita da un codice gemello di G.

In S per esempio, svarioni a parte e un'impaginazione talora confusa, è rilevante l'attenuazione del latineggiare dei codici (ma A latineggia ancor più di G), più isolate le intrusioni dialettali, ridotte le conservazioni e gli abusi etimologici nonché la grafia con *h* della velare davanti ad *a*, *o*, *u*. Ma che siano ridotti non vorrà dire che siano risolti: se S tende ad eliminare l'abuso di *ct* in *Victruvio*, *Pictagora*, contro *sotto*, *tutta* di A per esempio, ha *socto* e *tucta*! Se per esempio ha corretto i dialettali *apiacere*, *frixo*, *alzebra*, altri ne presenta quali *faze*, *mazore*, *braso*, *taula* (solo quest'ultimo ricorre anche in G).

Stampando il Pacioli Ambrosiano, avremmo potuto ritenere esaurito il nostro compito con l'esporre quale criterio di riproduzione avevamo seguito: dove eravamo intervenuti, in qual modo avevamo secondato le abitudini del nostro scriba, come ci eravamo adoperati per discriminare i fenomeni volontari dagli involontari nel caso di geminazioni irra-

zionali per esempio, rimaste isolate nel testo cioè contraddette ripetutamente nel corso della lettura, o di abusi etimologici la cui comparsa era successivamente sopraffatta dalla retta grafia. Naturalmente le parentesi quadre e l'Apparato serviranno a mostrare le lacune, certe differenze di sostanza che corrono tra i codici, nonchè i sussidi specifici riportati da G e da S. Ma dato che avevamo avuto sottomano questi due e scorrendoli ne avevamo tratto alcuni appunti, non abbiamo esitato accennando alla situazione grafica e linguistica di A, di trascrivere quegli appunti che potranno servire di non inutile primo termine di confronto.

Certo, spiccherà sempre, ad un esame rigoroso delle tre redazioni, attraverso più e meno marcate oscillazioni nonché la maggior attendibilità di S prima e di G poi, una situazione linguisticamente incerta, culta, letteraria ma colorita e complicata pittorescamente di non poche acerbità parlate, toscane e non toscane. Non andrà appunto trascurato che il Pacioli nativo di Borgo San Sepolcro e quindi toscano periferico, ha passato parecchio tempo tra Milano e Venezia, che è da considerare uno scrittore tecnico più che un letterato, che il suo tempo – la fine del quattrocento – è il più incerto e il più critico in ordine alla lingua, anche se, come si diceva, i codici sono opere di amanuensi. Li vorremmo appunto interessare alle inclinazioni e agli umori della Cancelleria Sforzesca.

Franco Riva

GRAFIA E LINGUA

GRAFIA

Nella grafia abbiamo rinunciato all'*h* abusiva di *hedificii*, *habunda*, *hè*, *perhò* (questi due sono unici) dato che nel testo dominano le forme senza. Tra *finhora* e *finor*, con prevalenza di quest'ultimo, abbiamo preferito il secondo; però, tra *alhora* e *allor*, in stretto equilibrio, dato che l'*h* poteva in questo caso anche adombrare la doppia, abbiamo rispettato la distinzione. Pure uniformato sugli esempi senza, l'*h* per la velare nei casi di *anchora*, *praticha*, *fuocho* ecc.

Tra *ypotomissa* e *ypothomissa* con netta prevalenza della prima e trattandosi di abuso, abbiamo senz'altro preferito la forma senza *h*, ma non abbiamo uniformato sulla doppia *s* quando questa si presentava scempiata. Un'incertezza (il conteggio tra l'altro è in equilibrio di 9 a 9) che potrebbe avere un suo peso linguistico, tenendo conto della variante di S *ypotemise* (mi pare probabile la suggestione di «ipotenusa» sulla ὑποτομή che ha generato il nostro *ypotomissa*).

Costante l'*h* di *habere*; oscillante per *homini-omini*, *catheto* e *cateto*, *ypothesi* e *ypotesi* sui quali non era il caso di mettere mano. Abusivo in *caratheri* (però compare anche *caracteri*) ma non l'abbiamo ritoccato perché A, G e S son troppo concordi.

L'*y* che non rispondeva a ragione etimologica, com'era invece nei casi di *inclyta* (però solitario), di *pyramide* ecc. (naturalmente non abbiamo esitato quando compariva *inclita*, *piramide* ecc.) è stata uniformata su *i*: lo consigliavano le oscillazioni frequentissime, comuni ad A come a G e ancor più a S. Così *dyametro* e *diametro*, *ycocedron* e *icocedron*.

Ricorre, più marcata in A che in G e S, la grafia *ph*: sempre *philosopho*, *prophani*, *sphera* (solo un paio di volte la variante *spera* e *sperico* e c'è da dire in proposito che G è più oscillante e che in S domina assolutamente *spera*). E ci siamo attenuti a S per la grafia di *corausto*, contro A e G che nelle ultime pagine prospettano talora un *coraustro*.

Si conserva quasi incontrastata la grafia *ti*: si contano solo tre volte *potenza* e una *presenza*, *ignoranza*, *prudenza*, *violenza* e *occurrenze* (alternato *tertio* e *terzo*, ma sempre *senza*, *abastanza*, *forza*). L'alternativa *ci* (soprattutto settentrionale) fa qualche lieve apparizione: due volte *noticia*, una *precioso*, *iudicio* (anche *iuditio*) e nella stessa misura direi, in A e G. Nel caso di *inanci*, *denance*, in A troviamo cinque casi con *ci* e uno solo con *zi* (*inanzi*) mentre il contrario accade in G e in S. Comune è *Vinegia*.

Similmente altre grafie latine: *ct* (*dicto*, *ditto*, *detto* si alternano ma prevale il primo) e non ne manca l'abuso che però riscontreremmo, si diceva, più marcato in G; e per nuovi esempi, s'è citato *socto*, *tucta*, *prefacto*, in S. In A compaiono *condictione*, *doctato* cui subentra però la grafia *conditione* sulla quale appunto abbiamo creduto di uniformare. Costante l'abuso di *Victruvio*, oscillante quello di *Pictagora* (anche in G ma quasi sconosciuto in S). Nulla da ridire su altre grafie: *pt*, *bs*, *ns*, *dm*, *dv*, *nm*, *bd*, ecc. (*sculptura*, *observare*, *constituti*, *admiratione*, *adviene*, *inmeritamente*, *subditi* ecc.) prevalenti. Nel caso di *epso* si conosce solo tre volte la soluzione *esso*, ben più numerosa invece in G e S. E altrettanto per *x* di *exclude*, *exhortatione*, *texti* ecc. (così *dixe* prevale su *disse*).

Nel caso di *insciemi*, riscontrato una sola volta e poi sempre *insiemi*, di *scien* due volte contro dozzine di *sien*, *sienno*, abbiamo uniformato sui secondi. Il fenomeno è trascurato da G; però G contro *Parrasio* di A ha *Parrascio*, una variante ortografica toscana di *sj* che comunque si documenta nel *Peroscia* di A (contro *Perosa* di G e S). Per l'inverso, una sola volta *nasi* contro il normale *nasci*. Insolubile il caso di *S. Scetro* (A G e S sono concordi) che una nota marginale di G avverte trattarsi della chiesa milanese di S. Satiro. Si notino a proposito di *sc*: A *lassare*, G *lasciare*, S *lassciare*.

Timide le apparizioni grafiche di *ngn* (tipo *congiongni* e c'è da dire che la forma *gn* è pressoché costante) contate quattro volte; di *lgl* (tipo *volglia*) solo in S; sporadica l'inserzione di *i* per i palatini *c* e *g* e isolata a un solo esemplare, in A, la sensibilità di labiale (*im publico*) nel caso appunto di *n*+ labiale.

Nostra è la punteggiatura, rappresentata nel Codice secondo le consuetudini note (ignorati i segni d'accento, d'elisione ecc. ma G come S conosce la parentesi). E tanto si dica per la grafia delle maiuscole quanto mai varia. Pure nostri i capoversi inseriti con discrezione per alleviare in qualche modo lo scorrere del discorso e del pensiero. E abbiamo stampato staccati *ben che, però che, fin che* (solo *perchè* e *overo* uniti) perché tali le consuetudini dello scriba. Intatto abbiamo lasciato *et* pur conoscendone l'abuso; con una certa cautela - data l'abbondanza della paratassi (con *e*) - ci siamo adoperati di ravvisare *e'* (=*ei*).

LINGUA

Un rapido sondaggio fonetico. Per il vocalismo tonico, di *o* breve il monottongo se non prevale, equilibra il dittongo: *move, boni* e *buoni* nel rapporto di 3 a 2, *sona* e *suono, nove* (3), *vole* (12), *fore* e *fuora* (3 a 1), *homini*, sempre *po, boi* e *buoi, scola*. Poi *luogo, fuoco, suoi* (un paio di *soi*). E non andrà dimenticato *muodo* e *modo* nel rapporto di 7 a 15 (G ha anche *retruova*). Altrettanto per *e* breve: 13 volte *contene* e 2 soltanto *contiene, pervene* (3), *vene* (4), *avene, conven* (2) ma *conviene* (6). In S anche *deci* («dieci»). Un *preta* contro 5 volte *pietra*; indi *cancelleri, gioieleri* ma *argentieri, ciabatieri* (in G *ciabateri* ma *cancellieri*), *bacelieri*. In A e G *misterio*, in S *mistiero*. E *legnaoli* (ma G ha *legnaiuoli*); notevole in A di *-uolo -ulo* l'esempio di *figliulo* (normale *figliuolo* in G e S).

Da notare sempre *fo, foron, fuoron* (eccezione è *furon*); *agionto, congionto, gionto, adonca* (ma *qualunche*) e poi *ponto, ponta* (sporadico è *puncto*) e *secundo, seconda*. Altrettanto rimarchevoli *preferesci, conferesci*. Prevale *cerchio* su *circhio*.

Fra le atone, già ricordato che A si stacca da G e S per la soluzione di *-abilis -ibilis* con *delectevol, amorevole, abominevole* contro *delectevil* ecc. Solo G e S hanno *piatose*. Non infrequente il passaggio di *i* protonica ad *e*: *comenzò, edeficii, simelmente, humelmente*; meno di postonica: *nobele, termene*. Si conserva in *chiesia*, e non manca *virrà, convirrà* come non manca *verrìa*. Sempre *mità*.

Più oscillante nei casi di *menore* e *minore, mesura* e *misura*. Prevale pure la conservazione colta della *u* in: *titulo, angulo, regula, capitulo* (e tra *capitulo* e *capitolo* abbiamo scelto il primo, prevalente, quando si trattava di scioglierlo dall'abbreviazione). E così si dica per i prefissi *re-* e *de-* (*recevere, recontare, dechiara* ma troviamo un solitario *doventi*). Non inconsueto *-e* di finale: *denance, innance* ecc.; prevalente in *-e* il pronome proclitico ed enclitico tipo *se facia, dotarme*. Normale *-a* di finale per indeclinabili: *adonca, oltra* (un *oltre*, ma solo in A), *fuora* (però prevale *fore*), *quantunca* ecc. e così pure nella prima parola degli avverbi: *comunamente, uniformamente, altramente* (un solo *altremente* in A).

Rileviamo un paio di casi di prostesi di *a*: *apiacere, apresentare*; di aferesi di *a*: *giustare, breviature* (ma compare anche *abreviature*), di *in-*: *'nance*; mancata epentesi ma saltuaria: *medesma, biasmando*; epentesi di iato: *Alcinovo*; attrazione: *Macobrio, Frullì, preta*.

Per quanto concerne la geminazione A G S si mostrano soddisfacentemente corretti: prevale la tendenza letteraria a conservare le geminate, e non mancano casi di ipercorrezione. Ondeggiante la rappresentazione della doppia *s* (*asegnate, assegnate, assaissimi* e *grosissimi*); di evidente localizzazione era l'isolato *cossì* in A. Latinismo è *commune* ma è incostante; costante invece è *parolle*; meno *pallazzo*; prevale *sequella* su *sequela, sonno* su *sono* così *sienno* su *sieno, commo* su *como*. Assolutamente *longhezza* su *longheza, braccia* su *bracia* (in rapporto di 3 a 1) ma *cità* su *città* nello stesso rapporto. Tra *hano* e *hanno* prevale il primo. Non manca *doppo* (in G e S *dappo*), *deffecto, diffinitione*, e con ragioni sue *vidde* (in A e G ma non in S). Spiccava, c'è da dire, in A la *r*

geminata irrazionalmente, anche se si trattava di casi isolati sopraffatti dalla grafia con la scempia, e cioè *dirranno*, *darranno* (ma per questi due almeno si potrà sospettare l'estensione analogica del *rr* del fut.), *Tyberrina*, *interra* (ma *Arristotile* e *Aristotile* è comune a tutti e tre i testi). Così è comune la variante *armiragli*. Solo in A un caso di raddoppiamento sintattico *e llo lato*.

Ancora per le consonanti: dileguo di *v* secondaria una volta in A (*faule*) e un paio in G e in S (*faule taula*); per le forme di *habere* equilibrio tra *harai* e *haverai*; per *tr* prevalenza di *porrai* su *potrieno*, *poterieno*; per *ntj* sempre *comenzare* (un esempio concorde e interessante *conmezzò* ma cfr. le Postille). Isolati rimangono: *Ambroso* e *alzebra* (G però ha *algebra* ma *Ambroso*, S *algebra* e *Ambrogio* ma come ho detto, da par suo ha *mazore* e per il *c* + *i*: *faze* e *braso*). Di *dj* comune è *acagino*. E ancora comune è *exveghiare*, *veghiando*. Puramente dotti: *ampla*, *duplo*, *clarissima* e altrettanto culti *secretarii* e *luoco*. Notiamo le grafie colte di *equale*, *sequita*, *seque* (due sole volte *segue*) e la costante perdita dell'elemento velare in *adonca*, *qualunca*.

Una scorsa morfologica: solo in G e in S *principo* e *Cesaro*; comune invece è *termeno* e d'altro ordine *solerto*, così *comuna*, *solerta*. Di *-ariu*, sempre *calzolaro*, *febraro*, *paro*.

Rilevante il dominio di *el* su *il* (nella composizione un paio di casi di *dil* e *cil*); nelle preposizioni articolate prevalgono le forme *a la*, *ne la*, *in la*, *de li*, *a li* ecc. su *nella*, *nelli*, *degli*, ecc. Incerta l'elisione davanti a vocale, di *lo* e *uno*.

Non preponderante il plurale in *-e* di sostantivi e aggettivi femminili uscenti in *-e* al singolare (tipo *arte*, *intellegibile*) ma non mancano invece con abbondanza, plurali in *-i* della serie in *-a* (tipo *carti*, *diversi parti*, *scientie mathematici*, al cui proposito solo A documenta un paio di volte *mathematice*). Però sempre *arte mecaniche*.

Fra i pronomi: *el*, *che 'l*, *se 'l* (contratto), nonché *gli è*, *'la* che sono tipici. In A e in G solo un paio di volte *quai* per *quali*. Quasi sempre *suoi* anche per il femminile (raro è *sue*) e solo in A, tipico fiorentino parlato, *suo origine*. Consueto per maschile e femminile *doi* (distinto invece per *ambidoi* e *ambedue*).

Per il verbo gli spogli completi danno risultati almeno per certi tempi, parecchio compositi. Normale la 3ª sing. dell'indicativo presente, in *-i* (*nasci*, *cresci*, *legi* e limitato: *legge*, *segue*); alla 1ª plurale *-iamo*, *-amo*, *-emo* rispettivamente 14, 5 e 7 volte (ma per esempio 3 *havemo* e un solo *habiam* e d'altro canto, 5 *vogliam* e un solo *volemo*); alla 3ª plurale il conteggio è ancora più interessante: dominante *-ano* (*contengano*, *possano* ecc.) su *-ono* nel rapporto di 18 a 3 e immediatamente in seconda posizione *-eno* (*posseno*, *rendeno* ecc.) con 7 esempi. Del presente congiuntivo, a parte *debbia* su *habia*, in 24 esempi si rileva solo 4 volte la forma in *-i* per quella in *-a* alla 3ª singolare: *ponghise*, *agionghi*, *congionghi* (anche *facci*), mentre alla 3ª plurale 18 su 56 esempi: *concorino*, *excedino*, *facino*, *contenghino*, *congionghinse*, *intendino*, *eschino*, *prendino*, *sapino*, *rendino*, *voglino*, *debino*, *acagino* (S ha anche *dichino*). Per esempio, tra *possino* e *possano* il rapporto è di 6 a 1.

Di *essere*: una sola volta *siano* e poi sempre *sienno*. Dell'imperativo, *sie* (per quanto ci abbia fortemente tentato di sciogliere in *sì è*).

Dell' imperfetto indicativo soltanto due esempi di 1ª singolare, l'uno in *-a* e l'altro in *-o* (*era*, *valevo*); alla 3ª singolare quattro esempi di *-eva* in *-iva*: *moviva*, *havia*, *diciva*, *voliva* di indubbio interesse. Dell'imperfetto congiuntivo, alla 1ª e 3ª singolare è consueto *fessi* e *fesse*; di 3ª plurale due soli esempi: *fosser*, *havessero*.

Del perfetto ricorrono una settantina di esempi ma di rilevante, alla 3ª singolare, solamente: *parse*, *vidde*, *have* e *volse* («volle»). Normali alla 1ª plurale: *chiamammo*, *trovammo*, *serbammo*, *dicemmo*, *ponemmo* e alla 3ª plurale: *fuoron*, *trovaro*, *impiero*, *nacquer*, *cercaron*, *rimasero*, *videro*, *stetero*, *fecero* ecc.

Notevole la prevalenza, nel futuro, della conservazione della vocale dell'infinito; inoltre è spiccata la tendenza (toscano periferico convergente coll'uso settentrionale) ad eludere la sincope di *e*: *visitarà*, *retrovarà*, *allegarà*, *andaremo*, *prendaremo*, *guardarete*,

causaranno ecc; indi: *vederai, haverai* (accanto a *harai*), *haverà, haverete* (ma *haremo*), *saperanno, caderanno*. Consueto *fia* e *fienno*; tra *sirà* e *serà* il rapporto è di 31 a 2 (ma G adotta anche frequentemente *sarà*); tra *seranno, saranno* e *siranno* rispettivamente 2, 1 e 12.

Nettamente la soluzione *-ìa* del condizionale di 3ª singolare supera l'altra soluzione *-ebbe*; trascrivo: *restaria, verria, supliria, converria, sequitaria, formaria, poteria, faria, perviria*; indi *verebe, harebe* (2), *farebe* (3). Alla 3ª plurale: *verriano, poterieno, causariense, meritarieno, empirebbono* e *darebon*. Per il verbo *essere* si contano 13 *seria* e 3 *serebe* e uno per uno *serienno* e *serebono*.

Del gerundio infine: *staendo* e troviamo 8 *siando* e 1 *essendo*; del participio rimarchevole *possuto*. Non manca l'accorciato *mostro, demostra*.

Una situazione certamente composita, e lo spoglio dei verbi dovrebbe darne un'idea, tra parecchie ambizioni culte e indubbi tratti popolari, anche non toscani. E a sostenere le prime evidentemente concorre la composizione della frase, ove abbondano costrutti alla latina (il tipo dell'infinitivale «dico . . . essere», per esempio); la tendenza a spostare il verbo alla fine del periodo (tipico a pag. 4 «Commo l'admiranda equestre statua ecc. col ligiadro simulacro ecc. chiaro el rendano») e ancora l'apertura del Trattato con un gerundio che a modo suo ricalca il *cum narrativo*. È notevole la difficoltà sintattica a subordinare e quindi è frequentissimo il ricorso ad una tecnica paratattica che favorisce esempi schietti di paraipotassi. Ne citiamo uno per tutti: «e così rimase vincto perché se lui li uccelli animali irrationali, *e* quello uno rationale e maestro ingannò».

Si dica inoltre che la frase è disseminata di avverbi latini e alla latina (tipo *breviter, aliter* e *assidue, geometrice, sucinte* ecc.); che la terminologia tecnica è derivata dal latino e dal greco. Dato il carattere del Trattato - cioè il ricorrere di formole, di una scrittura «tecnica» - la sintassi non offrirà molto. Tra gli appunti compare per il pronome nella proclisia un esemplare interessante, dal toscano parlato: *non si trovando*. Rilevante il pleonasmo di *'la* e *gli* già segnato; ambiguo l'uso del relativo *che* e *il quale* e notevole l'ellissi del *che* dichiarativo. Nella scelta dei tempi delle dipendenti (relative, consecutive ecc.) è evidente la preferenza del congiuntivo d'influenza latina.

Ma una coloritura dialettale costituirà la presenza della 3ª sing. per la 3ª plurale: «così nacque de quello molti altri» e «Idio e la Natura non opera invano, cioè non manca ecc.» Solo 4 esemplari, anche giustificabili per la posizione del soggetto, ma in S troviamo la 3ª plurale alla quale ci siamo appunto attenuti. E d'altro canto merita indicare «quando ciascun suo lato se *taglino*» ove il plurale è evidentemente richiamato dalla nozione plurale.

POSTILLE

Sono stati qui raccolti tutti i casi, anche minimi, per i quali si è ritenuto di ricorrere a G o a S e le differenze sostanziali di A con G e con S. Di proposito e per ovvie ragioni, non abbiamo rilevato gli svarioni di S (tipo *farà* per *fra*) e tantomeno di G (tipo *Plutone* per *Platone*).

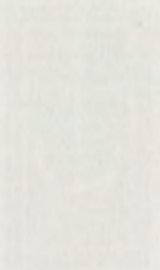
Giovi ripetere che le sigle A, G, S indicano il codice Ambrosiano, il Ginevrino e la Stampa del 1509; che i numeri che precedono le diverse lezioni rimandano alla pagina e alla riga della nostra stampa e che sempre fra le tre, la prima lezione presentata è quella che abbiamo preferito.

A pag. XI, 4 A S reverendo padre de Sacra ecc. / G reverendo padre e de Sacra. - XI, 5 A G Luca dal Borgo / S Luca Paciolo dal Borgo. - XI, 13 A trovare / G S ritrovare. XII, 6 G S excitatione / A exercitatione. XIII, 1 G S difese / A difesa. - ibid. G S impeto / A impetto. - ibid. A de' Romani /

G S de li Romani. - XIII, 14 e 21 A G sanctissima / S felicissima. - XIII, 25 A S de le mathematice / G de le dicte mathematici. - XIII, 27 A etrusco / G S tusco.
XIV, 2 A ignoranti mathematici / G ignoranti de mathematici / S ignoranti le mathematici.
XV, 2 G S medesima / A medema. - XV, 8 G S convenientie / A conventione. - XV, 13 G S attribuite / A attribuiti.
XVI, 2 G S chiamarla / A chiamata. - XVI, 3 G S intenda / A intenden. - XVI, 23 A S o de altra / G o de che altra.
XVII, 4 A presupone / G S prosupone.
XIX, 3 A senza tal / G S senza questa tal. - XIX, 8 A per la reverentia / G S per reverentia. - XIX, 19 A G corpi regulari / S corpi regulari e perché. - XIX, 20 G S exagoni, eptagoni, / A exagoni e pentagoni.
XX, 10 A de li airi / G de l'airi / S de l'aeri.
XXI, 5 G S excedino / A expedino.
XXIV, 16 A S de li ignoranti / G de li ignoranti architecti e altri e figura.
XXVII, 4 A S le lor colonne / G de lor colonne.
XXVIII, 1 A S vera laude / G vere laude. - XXVIII, 4 A S convenientia / G reverentia. - XXVIII, 14-16 A Signoria Monsignor suo caro cognato Ypolito estense ecc. / G Signoria de Monsignor suo caro cognato Ypolito cardinale Estense dignissimo archiepiscopo ecc. / S Signoria de Monsignor Hipolyto card. Estense [...] suo caro cognato. - XXVIII, 20 G S le lor forme secondo / A le le forme seconda.
XXIX, 1 G S catheto / A catheo. - XXIX, 3 A carte LXXXVIIII (ma abbiamo corretto in LXXXVII).
3, 1-2 A G Essendo, excelso Duca, ... correndo / S Correndo gli anni ... essendo. - 3, 15 S convento nostro / A G convento vostro. - 3, 17 S Illustre Signor Galeazzo Sforza Vicario Sanseverino / A Signor Galeazzo Sforza Vicario Sanseverino / G Illustre Galeacio Sanseverino.
4, 7 A compatriota nostro fiorentino / G S nostro compatriota fiorentino. - 4, 11 A G bracia 12 cioè 36 / S bracia 12 cioè 37 4/5.
4, 16 G S al tutto / A al tutta.
5, 21 G S l'altre / A altre.
7, 7 A G questo sia bastante [..] / S Questo sia bastante. E però chiaro apare tutte l'altre scientie, excelso Duca, essere opinioni e solo queste son da esser dicte certezze comme fra li medici Avicenna, Galieno, Ypocrate e li altri intervene: che l'uno dici la vita de l'homo esser nel core e altri nel cerebro, altri nel sangue, aducendo ragioni e argomenti asai a loro coroboratione. Sì che non è mai bono lasciare le cose certe per le dubie: con ciò sia che queste da li savii sieno chiamate vane «non debent certa pro vanis relinqui» etc. - 7, 12 A Prohemio ecc. / G Operis prefatio / S Reverendi p. M. Luce Pacioli de Burgo S.S. Ordinis Minorum et Sacre Theologie profess. in compendium de Divina Proportione ex mathematicis disciplinis prefatio. - 7, 19 A G quin prius fuerit / S quin prius sit.
8, 8 S nacquer / A G nacque.
10, 5 G S impeto / A impetto. - 10, 7 A G cercaron de expugnarla / S de expugnarla cercaron. - 10, 10 A G sanctissima memoria / S clarissima memoria. - 10, 15 G S arithmetica / A arithmetrica. - 10, 19 G S se in quello / A se in quella.
11, 5 G asettati / A S asetati. - 11, 7 A G con altri / S e altri. - 11, 15 A S quelle che in la degna / G quelle in la degna.
12, 2-3 A G sanctissima memoria / S clarissima memoria. - 12, 4 G S publice / A publici. - 12, 19 A de li boni / G S de' boni. - 12, 27 G S et evidenti / A et videnti.
13, 19-20 A S conforto prospectivo / G conforto de prospectiva. - 13, 20 A G la dispositione / S la solertissima dispositione.
14, 1 A G è a prendere / S è da prendere. - 14, 17 G S l'adito del / A l'aditto dil.
15, 2 A a sufficientia sia de li mathematici / G S [...] de le mathematici. - 15, 3 A G S De le quali (pare opportuno correggere in *de li*). - 15, 17 A Quello che significa ecc. / G Sequita chiarire quello che per questo nome mathematico se habia intendere e anco discipline / S Finito el prohemio sequita chiarire quello che per questo nome mathematico s'abia intendere. - 15, 20 A S [...] / G ἀπὸ τοῦ μαθήματος (ma di scrittura più tarda).
16, 21 G S arithmetici / A arithmetrici.
17, 16 G S in publico / A im publico.
18, 8 A De quelle cose ecc. debia observare

e de li caratheri usitati / G S De quelle cose che 'l lectore ecc. debia observare [. . .]. - 18, 18 G S archimandrita de queste / A archimandritta de questa.
19, 10 G S del legger / A de legger. - 19, 16 A con li qui / G e son li qui / S e son quelli che dinanze in la tavola ponemmo. - 19, 18 A S [. . .] / G Caratheri in le mathematici usitati.
20, 8 A S [. . .] / G Breviature de la nostra proportione. - 20, 10 A S [. . .] / G De li synonomi. - 20, 14 A G perché / S però che. - 20, 20 A Del condecente titulo del presente tractato over compendio / G S Del condecente titulo del presente tractato.
22, 15 G S a l'aqua / A la l'aqua. - 22, 24 G S denominatione / A a le nominatione.
23, 18 A sonno d'appellare [. . .] / G S sonno d'appellare, de li quali el primo a lor connumeratione sia questo.
25, 15 A S fia detta sexquialtera / G è detta sexquialtera. - 25, 21 A G prosupporre / S persuporre. - 25, 24 A G innance esserne tractato / S esserne innanze tractato.
26, 17 G S o altra / A o a altra.
27, 10 A G son ditte essere secondo / S son ditte [. . .] secondo. - 27, 25 A G Queste cose ben notate, dobiamo sapere / S Dobiamo sapere che queste cose ben notate.
32, 7 A S de nostra guida [. . .] / G de nostra guida megarense perspicacissimo philosopho.
33, 23 G S meno 2 $^1/_2$ / A meno $^1/_2$.
36, 22 A S sia / G sirà.
37, 20 G S demostra / A demostrarà. - 37, 25 A S nel cerchio se formi / G nel cerchio se scrivi.
39, 3 A S manegiarle / G manegiare.
40, 5 G del producto / A S el producto. - 40, 14 G S e revoltate / A et evoltate. - 40, 20 G S regulari / A regulali.
41, 7 A G verria a esser / S verria esser.
44, 18 G S del 4° / A nel 4°.
45, 2 A S parti / G partiti. - 45, 10 A S per reverentia de nostra salute / G per reverentia [. . .]. - 45, 13 A S però che / G perché.
46, 5-6 G Compositione de li corpi regulari / A Compositione de li corpi [. . .] / S Compositione de tutti li corpi regulari e lor dependenti. - 46, 7 A Era / G S Hora (che si è preferito svolgere in *E ora*).
47, 2-3 S operano. mancano. excedeno / A G opera. manca. excede. - 47, 13 A più che 5 / G più de 5 / S più 5.
48, 15 G S sonno / A sienno.
50, 1-3 G De la fabrica e formatione ecc. / A S De fabrica seu formatione corporum 5 regularium et de proportione cuicumque ad diametrum sphere et proprio de tetracedron.
51, 18-19 A S De la fabrica del cubo ecc. / G De la formatione del cubo ne la sphera e sua proportione a lei.
53, 10 A S Commo se formi ecc. / G Commo se formi l'octocedron in la sphera aponto [. . .]. - 53, 17 A S fasse / G facisse.
54, 27 A G le quali sienno / S le quali sonno.
55, 8 A G S sie (ma saremmo anche tentati di leggere *sì è*). - 55, 15 A respecto de la sphera / G S respecto la sphera. - 55, 16 A S De la fabrica del corpo detto icocedron e creatione / G De la fabrica e formatione del corpo detto icocedron e denominatione de' lati. - 55, 20 A G circundato over circumscriptibile / S circundato [. . .].
56, 8 A G se facia / S se faria. - 56, 9 A S archi / G cerchi. - 56, 16 A G e continuinse o voi dir congionghinse / S e [. . .] congionghinse.
57, 19 G S è stato mostro / A è stati mostro.
58, 7 G S fia / A sia. - 58, 22 A S e 5 se elevano / G e li 5 se elevano.
59, 11 G S al quadrato / A col quadrato. - 59, 24 A G facia / S faria. - 59, 26 A donde se conmezzo a movere / G S donde se conmezo a movere (si è letto *conmezzò* dato che è formula spesso ricorrente).
60, 3 S .ln. et .lp. / A G .ln. et .pl. - 60, 17 A figura icocedron / G S figura icocedra.
61, 7 A G propone / S prosupone. - 61, 8 A Del nobilissimo ecc. / G Fabricatione del duodecedron e denominatione de' suoi lati / S [. . .]. - 61, 27 S e sia .h. / A e sia [. . .] / G e sia el ponto .h.
62, 23 A G linea sia in potenza / S linea [. . .] in potenza.
63, 10 A G nasca o voi dir esca / S [. . .] esca. - 63, 11 G S sia / A sirà. - 63, 25 G S linea una / A la una.
65, 6 A G circumscriptibile o voi dir aponto circumdato / S [. . .] circumdato. - 65, 13

A G viceversa o voi dir per converso / S [. . .] per converso.
66, 6 A G circumscripto o voi dir circundato / S [. . .] circundato. - 66, 10 A G menate / S tirate.
67, 5 A S mena / G tira. - 67, 7 A G circumscriptibile o voi dir circundato da la sphera / S [. . .] circundato aponto da la sphera. - 67, 23 G De la regola ecc. / A [. . .] / S A trovar li lati de tutti 5 corpi regulari.
69, 9 A G cavata / S tracta.
70, 3 A G è così el quadrato / S è così che 'l quadrato. - 70, 7 G S così / A cossì. - 70, 23-24 A G S de la figura del cerchio de 20 basi.
71, 7 A G premessi o voi dir anteposti / S [. . .] anteposti.
72, 2 G S de la 10ª / A da la 10ª. - 72, 5 G S del 13° / A del questo. - 72, 26 G S prepone / A pone.
73, 10 A S fra loro e lor dependenti / G fra loro e dependenti. - 73, 16 G S l'altro e l'uno / A l'altro a l'uno.
74, 6 A G prendere piacer / S prenderne piacer. - 74, 16 G S del duodecedron / A de duodecedron.
76, 3 A G in la sexquiterza / S in sexquiterza. - 76, 8 A S insiemi gionte fia sexquialtera cioè un tanto e mezzo / G [. . .] fia sexquialtera [. . .].
77, 16 A S de li altri / G de altri.
78, 6 A G El detto / S Il detto.
79, 5 A De la fabrica ecc. nell'octocedron [. . .] / G De la fabrica ecc. nell'octocedron collocato / S La fabrica ecc. nell'octocedron [. . .]. - 79, 23 G dato / A S detto.
80, 1 A S nello icocedron [. . .] / G nello icocedron collocato. - 80, 9 G S se trovi el centro / A se trovi del centro. - 80, 23 A S de lo icocedron nel duodecedron [. . .] / G de lo icocedron aponto fabricato.
81, 12 A S in lo duodecedron [. . .] / G in lo duodecedron overo 12 basi pentagone.
82, 1 A S commo se formi [. . .] / G commo se formi aponto. - 82, 5 A in dicto / G S in lo dicto.
83, 7 A S De la fabrica ecc. / G Commo se fabrichi el cubo in lo icocedron.
85, 3 G S e la pyramide / A de la pyramide. - 85, 4 A G S e niun de questi (ma sarebbe meglio leggere *e in un*, oppure [*in*] *niun*). - 85, 24 A G demostrare / S mostrare.
86, 11 S eschino / A eschion / G eschun. - ibid. S tirinse / A G tirise.
87, 5 A Del scapezzo overo absciso / G De lo absciso overo scapezzo e altri / S [. . .]. - 87, 14 A perché / G però che / S [. . .]. - 87, 21 A S o vogliam dir pontuto / G o vogliam pontuto. - 87, 24 G S coni / A toni.
88, 20 A De lo scapezzo e absciso / G De lo absciso piano e altri / S [. . .]. - 88, 24 G S acuti / A a tutti.
89, 18 G S quadrilatere quali a l'ochio / A quadrilaterate quali e l'occhio.
90, 10 G S intrinseco / A inquinseco.
91, 7 A continghino / G contaghino / S contangino. - 91, 9-13 S [. . .].
92, 2 G S fa / A fia. - 92, 7 A G S questo (corretto in *queste*). - 92, 15 A G piano over solido / S piano solido over vacuo. - 92, 17 G S a la sua compositione / A e la sua compositione.
93, 14 A Del solido elevato / G De lo elevato solido e vacuo / S [. . .].
94, 9-10 A G Commo appare in sua forma / S commo apare [. . .].
95, 11 A S De lo absciso over scapezzo / G Del tagliato over scapezzo solido. - 95, 14 A G pure equilatere et equiangule / S pure equilatere [. . .].
96, 2 G S comprehende / A comparende. - 96, 11 A Del scapezzo elevato / G De lo absciso elevato / S [. . .].
97, 10 S con vie / A G le vie. - ibid. A facilmente / G S facilime. - 97, 14 G S sua origine / A suo origine. - 97, 23 A S e sonno quelli / G e fienno quelli. - 97, 24 A G 18 basi / S 8 basi.
98, 9 G S suoi / A sui. - 98, 20 A G contenti / S contenuti.
99, 14 S derivatione / A G rivatione. - 99, 18 G S 48 sonno quadrangule / A 46 sonno quadrangule.
100, 5 G S quello / A quelle. - 100, 20 G S la Rotonda / A a Rotonda.
101, 2 A G S San Scetro (una nota marginale di G spiega trattarsi di S. Satiro).
102, 17 G S operatione / A proportione.
105, 18 S Macrobio, Apuleio / A G Macrobrio, Apuleo. - 105, 20 A per le ragioni (appare iterato).

106, 14 G S s'induci / A s'aduci.
107, 3 A G La sphera per molti / S Per molti la spera. - 107, 7-8 A el vestigio del mezzo cerchio fa la sphera / G S [. . .]. - 107, 9 A S [. . .] / G De lo exemplo a dicto proposito. - 107, 20 A Demostratione de dicta diffinitione / G Figura / S [. . .].
108, 5 A G S andando verso la superiore e tornando verso la *superiore* (ma crediamo di dover rettificare in *inferiore*).
109, 6 G S segni / A segui.
111, 2 A G prosuponendo / S persuponendo. - 111, 14 A chiarendo col conte / G chiarendo el conte / S chiarendo al conte.
112, 4 S abaco / A G aboco. - 112, 9 A G trovandome dixe / S trovandome me dixe. - 112, 18 A S già feci Hierone / G [. . .] feci Hierone.
113, 6 A G doverse de li corpi oblonghi ecc. / S doverse alcuna cosa dire a lor notitia de li corpi oblonghi.
114, 2 G S quadrangola / A quadrangole. - 114, 15 A G che si congionga / S così si congionga.
115, 22 A G premesso / S promesso. - 115, 25 A G L'altra spetie / S Un'altra spetie.
116, 3 G S la basa / A l'abscisa. - 116, 10 G S paralelogramme / A paralelogrammo. - 116, 15 A G La seconda sorte de le laterate / S De le laterate la seconda sorte. - 116, 25 G S tetragon longo / A tetragon longe.
118, 14 G S infinito / A infinite.
119, 17 A G l'opera nostra / S l'opera nostra grande. - 119, 24 A G l'opera nostra / S l'opera nostra grande.
120, 14 A G ponemmo / S componemmo. - 120, 22 A importano / G S importino.
121, 8 A alcun sapiente / G S alcun savio.
122, 26 S acesso / A G aceso.
123, 5 S pyramide / A G pyrami.
125, 1 A S satisfaccia / G satisfaria. - 125, 7 G S la pyramide laterata / A la pyramide laterate.
127, 5 A G de la loro liggiadra / S de loro liggiadra. - 127, 11 A S spatio de la basa de la pyramide / G spatio [. . .] de la pyramide. - 127, 26 A S le medesime basi e le medesime altezze / G [. . .] le medesime altezze.
128, 16 A S el suo $^1/_3$ è / G el suo $^1/_3$.
130, 8 G S per questo / A per questi.
134, 9 S a ignaro / A G e ignaro. - ibid. A né de simili (è iterato). - 134, 18 G S Christianisimo / A Christianissimo.
135, 13 A Però non è con / G S Però non con. - 135, 16 G S de tante / A d'etate. - 135, 21 A G al tutto so' / S so' al tutto.
136, 6 A celeberrimi homini / G S celeberrimi [. . .]. - 136, 7 S bacelieri / A G baceliei. - 136, 13 A G Hypolito ecc. / S Hypolito tituli S. Lucie in Silice dyacono. - 136, 23 A G devotamente se recomanda / S [. . .] se recomanda. - 136, 24 A G Commo se habino retrovare / S Commo se habino a retrovare.
137, 10 A G in quel luogo da rimpecto in la margine del libro / S in quel luogo [. . .] del libro. - 137, 11 S abaco / A G aboco.
139, 16 A S Cono de la pyramide / G Cono de pyramide.
141, 20 A S l'altre / G altre.
142, 1 A Saetta / G Commo se intenda la saetta in li piani / S [. . .]. - 142, 8 A De altri assai vocabuli / G Ancora altri assai / S [. . .]. - 142, 9 G S E ben che / A A ben che. - 142, 17 G S dico la speculatione / A dir la speculatione.
143, 1 A G vostra epistola / S nostra epistola. - 143, 6 G S figliuolo / A figliulo. - 143, 9 G S ne le militari / A de le militari. - 143, 20 A G già philosophi / S già i philosophi.

QUESTA STAMPA DEL CODICE AMBROSIANO
È STATA ESEGUITA PER CONTO DELLA MEDIOBANCA DI MILANO
A CURA DI GIOVANNI MARDERSTEIG. LA RIPRODUZIONE DI-
PLOMATICA È DI FRANCO RIVA. IL TESTO È STATO STAMPATO
COI TORCHI DELL'OFFICINA BODONI DI VERONA, LE TAVOLE A
COLORI TIRATE DA ANNIBALE BELLI A MILANO. LA CARTA È
DEI FRATELLI MAGNANI DI PESCIA. L'EDIZIONE CONSTA DI
280 ESEMPLARI NUMERATI DA I A XXX E DA I A 250.
DICEMBRE MDCCCCLVI

RISTAMPA ANASTATICA IN 240 ESEMPLARI
NUMERATI DA I A XL E DA I A 200
ESEGUITA DA OTTAVIO CAPRIOLO
LA CARTA È DELLE CARTIERE E. MAGNANI DI PESCIA
(OTTOBRE MCMXCVIII)

NUMERO
67